

# バイスペクトル分析による 雑音に埋もれた周期信号の分離

館 暉

東京大学工学部 東京都文京区本郷 7-3-1

(昭和47年7月7日 受付)

Separation of a Periodic Signal in Noise by Bispectrum Analysis

Susumu TACHI

(Faculty of Engineering, University of Tokyo, Bunkyo-ku Tokyo)

(Received July 7, 1972)

A method is proposed for separating a desired periodic signal, i. e., for detecting its direction and estimating its Fourier components, from other periodic signals scattered in a field contaminated with Gaussian random noise.

The auto-bispectrum of a signal composed of a periodic signal plus Gaussian random noise preserves the information about both relative amplitudes and relative phases of the components of the periodic signal, while it cancels out the over-all phase shift caused by the time delay of the signal.

The cross-bispectrum of the two waveforms observed at two different points, on the other hand, preserves information about the inter-regional phase shift of each component.

These characteristics are clarified and used as the basis of the method. The direction of the desired signal is measured by means of the auto- and cross-bispectra of the observed waveforms. The Fourier components of the desired signal are estimated by using the auto-bispectrum, and the desired signal can be reconstructed by means of Fourier synthesis.

An example of reconstruction is shown, and the estimation errors of the program used are discussed. The estimated value varies because of finite averaging, and the distribution of the deviation from the true value can be regarded as almost normal. The relative error diminishes almost linearly as the signal/noise ratio increases when the signal/noise ratio is larger than 1.0.

## 1. はじめに

人は、雑踏の中でも必要な話し声や重要な音を選び出して、選択的に聞くことができる。しかも、その音のパワーが雑踏のパワーに比べて特別に大きい必要はない。たとえばカクテルパーティで、まわりの人が同じくらいの強度で話しているようなときにも、注意を正面にいる話し手に向けて、その話を聞きとり、またオーケストラの中の特定の楽器を選びわける。このような機能を、似た構造にしろ一見違う構造にしろ、機械系で試みることは興味ある問題である。

このカクテルパーティ効果として知られる機能は、

信号検出の問題、両耳聴による方向検出の問題、ある特定のパターンを選び出すパターン認識の問題、さらには意味論までを含む複雑な機能であると考えられる。意味論まで考えない段階で、信号に関する方向、強度、基本周波数、信号の音色の特長のうちのどれかの情報が部分的にわかっているときに、雑音に埋もれた複数個の信号のうちの特定の1つを適当な信号処理で分離することは、興味あることである。

一方、音声の母音や楽器音のように、人が雑音の中から選びわける信号は、周期的な調和複合音である場合が割合多い。

本論文では、ごく単純な場合として、空間的に離れ

た複数個の調和複合音源が、ガウス性不規則雑音に埋もれているとき、そのうちの特定の音源の方向を検出し、その方向を向くことにより信号雑音比を上げた状態で、その周期信号の各フーリエ成分を推定する問題を考える。そのような機能が、空間的に離れた2地点で観測した信号をバイスペクトル分析することにより得られることを示す。

## 2. バイスペクトル

確立過程  $X_t$ ,  $t \in T$  ( $T = \{t : 0 \leq t \leq L\}$ ) は、

$$E\{X(t+\tau)X(t)\} = R_X(\tau)$$

であるとき、2次の弱定常であるという ( $E\{\}$  は集合平均を表わす)。いま、 $R_X(\tau)$  が、絶対可積分であるとすれば、 $R_X(\tau)$  はスペクトル分布関数  $P_X(\omega)$  により Fourier-Stieltjes 表示しうる。さらに  $P_X(\omega)$  が連続な密度  $p_X(\omega)$  をもち、絶対連続であるとすれば、

$$\begin{aligned} R_X(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\tau\omega} p_X(\omega) d\omega \\ p_X(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\tau\omega} R_X(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (1)$$

と表わせる。

バイスペクトルも同様にして3次のモーメントにより定義できる。 $X_t$  が平均値0で、3次の弱定常であるとする。つまり、

$$E\{X(t)\} = 0$$

$$E\{X(t)X(t+\tau_1)X(t+\tau_2)\} = Q_X(\tau_1, \tau_2)$$

で、 $Q_X$  は絶対可積分であるとする。バイスペクトル密度  $b_X(\omega_1, \omega_2)$  は、つぎの二重フーリエ変換で定義される。

$$\begin{aligned} b_X(\omega_1, \omega_2) &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\tau_1\omega_1 + \tau_2\omega_2)} Q_X(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \end{aligned} \quad (2)$$

つまり、スペクトル密度が自己相関関数のフーリエ変換で定義されるのに対して、バイスペクトル密度は3次の相関関数のフーリエ変換として定義される。

つぎに、スペクトル密度とバイスペクトル密度を定常確率過程  $X(t)$  の Fourier-Stieltjes 表示の成分  $dZ(\omega)$  を使って表わしてみる。 $X(t)$  を、

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} dZ(\omega)$$

と表わす  $dZ(\omega)$  を使えば、スペクトル密度は、

$$p_X(\omega) d\omega = E\{dZ(\omega)dZ(-\omega)\} \quad (3)$$

となる。

同様にバイスペクトル密度は、

$$b_X(\omega_1, \omega_2) d\omega^2 = E\{dZ(\omega_1)dZ(\omega_2)dZ(\omega_3)\},$$

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 0 \quad (4)$$

と表わせる。

クロスバイスペクトル密度は、定常確率過程

$$X_A(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} dZ_A(\omega),$$

$$X_B(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} dZ_B(\omega)$$

の  $dZ_A(\omega)$  と  $dZ_B(\omega)$  を使って、

$$\begin{aligned} C_{X_A, X_B} d\omega^2 &= E\{dZ_A(\omega_1)dZ_B(\omega_2)dZ_A(\omega_3)\} \\ \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

と表わし得る ( $dZ_A$  と  $dZ_B$  の3つ組の取り方は、6とおりある)。なお、クロスバイスペクトルも、前述の議論と同様、3次相互相関関数のフーリエ変換として定義される。

## 3. バイスペクトル分析による 周期信号の分離

### 3.1 問題の設定とバイスペクトル分析

平面上に、2点の観測点 A, B を設ける。Fig. 1 に示すように空間的に分離した調和複合音源  $S_1, S_2, \dots, S_m$  とガウス性不規則雑音源  $N_1, N_2, \dots, N_n$  とがある場合、2点 A, B での観測結果から、ある特定の信号源  $S_k$  の方向を検出する。線分 AB の垂直二等分線を、その方向に向けて、信号・雑音比を高め、その信号源からの周期信号の各フーリエ成分の値を推定し、それにより雑音に埋もれた特定の周期信号を分離する。信号の方向を向くのは、信号・雑音比を上げるた

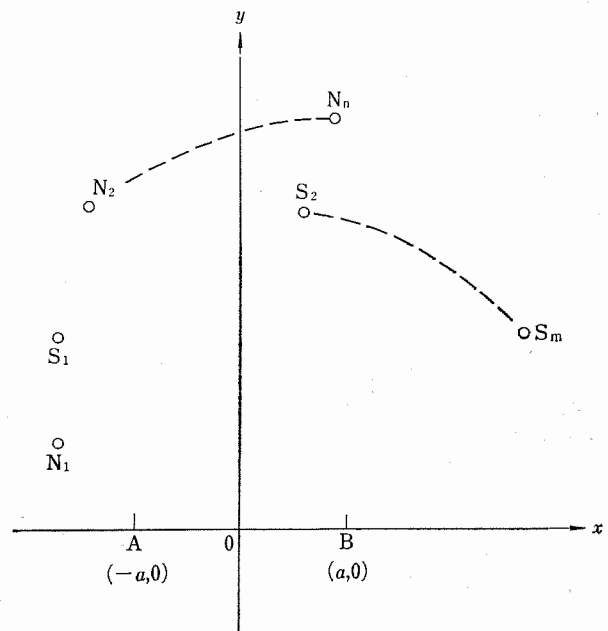


Fig. 1  $S_1, S_2, \dots, S_m; N_1, N_2, \dots, N_n$  are signal sources and noise sources, respectively. Observation is made at A and B.

めであり、フーリエ成分の推定にとっては本質的ではない。

この仕事を2点 A, B での観測信号のオートバイスペクトルとクロスバイスペクトルとにより行なう方法を提示する。具体的な方法については、3.2 で説明することにし、バイスペクトルを周期信号のような決定的信号について考えることに若干の説明を加えよう。

バイスペクトル分析は、系に非線形要素が含まれている場合に、その非線形による高調波成分が基本波に対してある一定の関係をもつことを利用して、その非線形に関係する現象を分離することに多く使われてきた<sup>1,2,3,4)</sup>。周期信号については、雑音が含まれていなければフーリエ変換のみで、その波形に関する情報はすべて得られている。雑音に埋もれた周期信号のフーリエ成分の推定は、何回かのフーリエ変換の重ね合わせで行なおうとしても、測定のために得られるデータの間はずれが生じるため単なる重ね合わせだけでは求められない。調べたい波形がある入力に同期しているとか、あるいは波形の基本周波数がなんらかの方法でわかっているときには、たとえば相互相関関数を利用して原波形を推定し得る<sup>5)</sup>、または、単純にフーリエ変換を基本周波数に同期して行ない重ね合わせればよい。しかし、その場合には、基本周波数の精密な測定がまず行なわれなければならないが、たとえば音声などにおいてはピッチの抽出ということ自体がなお研究中的問題になっている状況である<sup>6)</sup>。また方向検出においても、相互相関関数のピークの位置を利用する方法もあるが、有色雑音や他の信号源がそのまま雑音として残り、2点の観測では不十分な場合が多い。また、信号の各周波数成分は独立した発振器とみなされるため、調和信号一体としての方向検出が行ないにくい欠点をもつ。

さて、波形に関する手がかりのない場合でも、信号をフーリエ変換し、1回の変換から作った仮りのスペクトルのピーク点付近の周波数を見つけ出し、それに関連した高調波成分を探し出す。それらの間の位相の差と振幅の比のみを記憶し、それを多数のデータについて行ない平均化すれば、信号のフーリエ成分を推定し得る。そのようなことを、巧妙に行なっているのが信号のバイスペクトルであるといえる。オートバイスペクトルは、周波数領域における信号のフーリエ成分の3つ組のうちの1つを共役にして積を求める操作により、周期信号の全体としてのずれを消去し、信号の各成分相互の位相関係、振幅関係の情報を保存している。一方クロスバイスペクトルは、2つの信号が同じ波形である場合に、その2つの波形の互いのずれ、あ

るいは遅れに関する情報を保存している。

このようなバイスペクトルの性質を利用して、ガウス性不規則雑音に汚された周期信号を分離し、各フーリエ成分を推定し得る。

### 3.2 方法

#### 3.2.1 概略

バイスペクトル分析とクロスバイスペクトル分析により、つぎのことができることを3.2.2で示そう。

(1) 1点で得た観測波形をバイスペクトル分析して、ガウス性不規則信号に埋もれた周期信号の各フーリエ成分を推定できること。

(2) バイスペクトル分析により、それぞれの基本周波数が、他の倍音系列と重ならない複数個の調和複合音源を分離できること。

(3) 2点で観測した波形のクロスバイスペクトルと、それぞれの地点でのオートバイスペクトルとから周期音源の方向を検出できること。

以上3つのことにより、2つの観測器からの信号を使ってガウス性不規則雑音に埋もれたいくつかの周期音源のうち、必要な音源からの信号のみの波形を推定する方法を提案する。

#### 3.2.2

1) ガウス性不規則雑音に埋もれた周期信号の各フーリエ成分の推定

まず、雑音のない場合について考える。

$$S(t) = \sum_{k=1}^n A_k \cos \{2\pi k f_0(t-t') - \varphi_k\} \quad (6)$$

を信号とする。ただし、 $A_k \neq 0$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ) で、 $t'$  は全体の発信器の初期状態による項である。無限の長さを観測できるとしてフーリエ変換すれば、定数  $1/2$  を省いて、

$$S(f) = \sum_{k=1}^n A_k [\delta(f+kf_0) \exp \{j(2\pi k f_0 t' + \varphi_k)\} + \delta(f-kf_0) \exp \{-j(2\pi k f_0 t' + \varphi_k)\}] \quad (7)$$

を得る。

スペクトル密度は、 $f = kf_0$ ,  $k = \pm 1, 2, 3, \dots$  にあり、定数  $1/4$  を省いて

$$p_s(kf_0)df = E[A_k \cdot A_k \exp \{j(2\pi k f_0 t' + \varphi_k) - j(2\pi k f_0 t' + \varphi_k)\}] = A_k^2 \quad (8)$$

となる。バイスペクトル密度は、バイスペクトルの対称性により Fig. 2 の斜線部のみで求めればよい<sup>7)</sup>。

$f_1 \neq kf_0$  あるいは  $f_2 \neq lf_0$  のところでは  $b(f_1, f_2) = 0$  である。 $f_1 = kf_0$  で  $f_2 = lf_0$  ( $l, k$  は自然数) のところでは、定数  $1/8$  を省いて

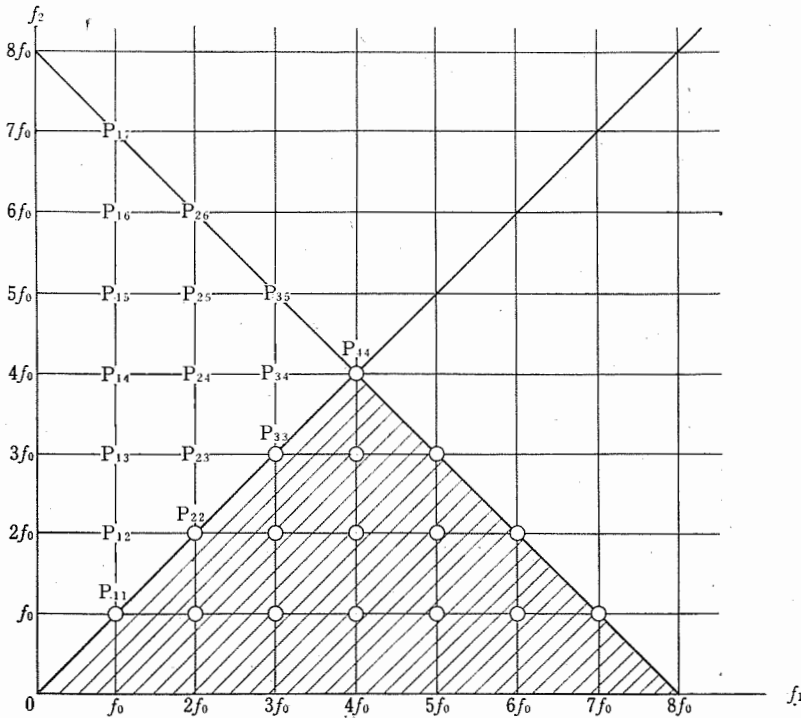


Fig. 2 The bispectrum of a periodic signal has its values only at the lattice points whose unit is the fundamental frequency of the periodic signal. The amplitudes and phases of the bispectrum are represented in the lower and upper octants, respectively. The oblique lines indicate the area where the bispectrum is estimated.

$$b_s(kf_0, lf_0)df^2 = E[A_k \cdot A_l \cdot A_m \exp \{-j(2\pi kf_0 t' + \varphi_k) - j(2\pi lf_0 t' + \varphi_l) - j(2\pi mf_0 t' + \varphi_m)\}] \quad (9)$$

なるピークをもつ。  $m=k+l$  であるから

$$b_s(kf_0, lf_0)df^2 = A_k \cdot A_l \cdot A_{k+l} \exp \{-j(\varphi_k + \varphi_l - \varphi_{k+l})\} \quad (10)$$

となる。つまり、バイスペクトル密度

$$b_s(f_1, f_2) = \sum_k \sum_l A_k \cdot A_l \cdot A_{k+l} \exp \{-j(\varphi_k + \varphi_l - \varphi_{k+l})\} \cdot \delta(f_1 - kf_0) \delta(f_2 - lf_0) \quad (11)$$

を得る。

ただし、 $\delta(f)$  は Dirac の  $\delta$  関数である。また  $k, l$  は、 $k=1, \dots, [n/2]$  で  $l \leq k$  か  $k=[n/2], \dots, n-1$  で  $l \leq n-k$  なる自然数である。

Fig. 2 に8倍音まで含んだ音のバイスペクトルの例を示す。斜線の部分でのみ求めればよく、その格子点にピークが生じる。  $f_2 \leq f_1$  の部分に振幅項を、  $f_2 \geq f_1$  の部分に位相項を表示することが普通行なわれている。

さて、バイスペクトルの振幅項 (modulus) と位相項 (phase) とを観測する。

$$\begin{cases} \text{Mod}(kf_0, lf_0) = A_k \cdot A_l \cdot A_{k+l} \\ \text{Phase}(kf_0, lf_0) \\ = -\varphi_k - \varphi_l + \varphi_{k+l} \end{cases} \quad (12)$$

(12)式 と (8) 式を使い、

$$A_1 = \sqrt{p_s(f_0)}, \varphi_1 = 0$$

の初期状態を入れて、順次  $A_k, \varphi_k$  を求め得る。

なお、 $\varphi_k=0, \varphi_k=\pi/2, \varphi_k=\pi, \varphi_k=(3/2)\pi$  はそれぞれ (6) 式での各項が  $\cos, \sin, -\cos, -\sin$  ということの意味している。

実際には、ある有限時間  $2T_m$  だけを観測する。実際の雑音を含む観測波形のフーリエ変換は観測の Window のフーリエ変換したものを、たとえば do-nothing window

$$\begin{cases} D(t) = 1, & |t| < T_m \\ = \frac{1}{2}, & |t| = T_m \\ = 0, & |t| > T_m \end{cases}$$

を使えば、

$$2T_m \frac{\sin 2\pi f T_m}{2\pi f T_m}$$

を、(7) 式に畳み込み積分したものを、集合平均することになる。その場合、(7) 式の  $t'$  は測定ごとに違う値になる。つまり、(7) 式のフーリエ変換そのものの平均では原波形は求められない。バイスペクトルにおいては、掛け合わせて平均する3つの周波数領域上の成分として、独立な成分は、その周波数が  $f_1$  と  $f_2$  の2つで、第3の成分は  $f_1 + f_2 + f_3 = 0$  となるような周波数をもつ成分を使う。つまり、 $k+l+m=0$  なる関係のある3つの項を掛け合わせるため、(9) 式の位相項で  $2\pi kf_0 t' + 2\pi lf_0 t' + 2\pi mf_0 t' = 0$  となり、 $t'$  による影響が打消されているわけである。

つぎに、雑音のある場合について考える。雑音として、ガウス性不規則雑音を仮定する。

確率過程  $X(\cdot)$  が、信号と雑音の互いに独立であり、おのおの平均値が0で、3次の弱定常な過程の和で与えられるとする。  $X(\cdot) = S(\cdot) + N(\cdot)$

$X(\cdot)$  の3次の相関関数  $Q_X$  は、

$$Q_X(\tau_1, \tau_2) = Q_S(\tau_1, \tau_2) + Q_N(\tau_1, \tau_2) \quad (13)$$

となる。  $N(\cdot)$  を正規確率過程の出現値とすれば、

$$Q_N(\tau_1, \tau_2) = 0 \quad (14)$$

で、  $Q_X(\tau_1, \tau_2)$  が  $Q_S(\tau_1, \tau_2)$  の推定値を与える。バイスペクトルについても、(13) 式のフーリエ変換で求

まり,  $b_x(f_1, f_2)$  が,  $b_s(f_1, f_2)$  の推定値となる.

2) 複数個の調和複合音源の分離

簡単のため, 基本周波数  $f_0$  と  $f_0'$  の2つの調和複合音源

$$S_1(t) = \sum_{k=1}^{n_1} A_k \cos \{2\pi k f_0(t-t_1) - \varphi_k\},$$

$$S_2(t) = \sum_{k=1}^{n_2} B_k \cos \{2\pi k f_0'(t-t_2) - \psi_k\} \quad (15)$$

を考える. ただし,  $f_0' > f_0$  で

$$m_2 f_0' \neq m_1 f_0 \quad (m_1=1, \dots, n_1; m_2=1, \dots, n_2)$$

の関係を満足しているとする. 方向覚により得られる情報は一応考えずに, ここではまったく同一の方向に2音源があるものとし, 単耳聴的に  $S = S_1 + S_2$  に正規性不規則雑音加わった信号

$$x(t) = S_1(t) + S_2(t) + n(t) \quad (16)$$

を観測するものとする. ここでは, 信号  $x$  のバースペクトル  $b_x$  が  $S_1$  と  $S_2$  のバースペクトル  $b_{S_1}$  と  $b_{S_2}$  との和になっていることを確かめる. そのために  $S_1$  と  $S_2$  とによるバースペクトルの干渉項が0になっていることをいう. (16) 式の信号の部分のフーリエ変換を  $S_1(f), S_2(f)$  とすると, 定数  $1/2$  を省いて

$$S_1(f) = \sum_{k=1}^{n_1} A_k [\delta(f + k f_0) \cdot \exp \{j(2\pi k f_0 t_1 + \varphi_k)\} + \delta(f - k f_0) \cdot \exp \{-j(2\pi k f_0 t_1 + \varphi_k)\}],$$

$$S_2(f) = \sum_{k=1}^{n_2} B_k [\delta(f + k f_0') \cdot \exp \{j(2\pi k f_0' t_2 + \psi_k)\} + \delta(f - k f_0') \cdot \exp \{-j(2\pi k f_0' t_2 + \psi_k)\}] \quad (17)$$

となる. バースペクトル密度はFig. 2の斜線部のみで求めればよいので, 負の周波数に対する成分は無視することにする. いま, 干渉項のうちの典型的なものとして,  $b_x(k f_0, l f_0')$  を調べる. 周波数  $k f_0$  における成分は

$$A_k \exp \{-j(2\pi k f_0 t_1 + \varphi_k)\} + C_k$$

と表わせる.

ただし,  $C_k$  は正規確率変数

$$C_k = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T n(u) e^{-j2\pi k f_0 u} du$$

( $T \rightarrow \infty$  の値は一般には存在しないが,  $1/f_0$  に対して十分に大きい  $T$  の値をとる.)

$l f_0'$  での成分は

$$B_l \exp \{-j(2\pi l f_0' t_2 + \psi_l)\} + C_l$$

となる.

$k f_0 + l f_0'$  での成分の共役を考える.  $m_2 f_0' \neq m_1 f_0$  ( $m_1=1, \dots, n_1, m_2=1, \dots, n_2$ ) のときには,  $k f_0 + l f_0'$  は  $m' f_0$  とか  $m'' f_0'$  ( $m', m''$  は自然数) という形には書き表わせないで, その周波数での成分は雑音のみになる. つまり

$$b_x(k f_0, l f_0') d f^2 = E[(A_k \exp \{-j(2\pi k f_0 t_1 + \varphi_k)\} + C_k) \times (B_l \exp \{-j(2\pi l f_0' t_2 + \psi_l)\} + C_l) \times C_{k+l}^*] \quad (18)$$

$C_k$  と  $C_l$  と  $C_{k+l}^*$  は,  $k \neq l$  のとき, 独立であるから, (18) 式は,

$$b_x(k f_0, l f_0') d f^2 = A_k \exp \{-j(2\pi k f_0 t_1 + \varphi_k)\} E[C_l] E[C_{k+l}^*] + B_l \exp \{-j(2\pi l f_0' t_2 + \psi_l)\} \cdot E[C_k] E[C_{k+l}^*] + A_k B_l \exp \{-j(2\pi k f_0 t_1 + 2\pi l f_0' t_2 + \varphi_k + \psi_l)\} E[C_{k+l}^*]$$

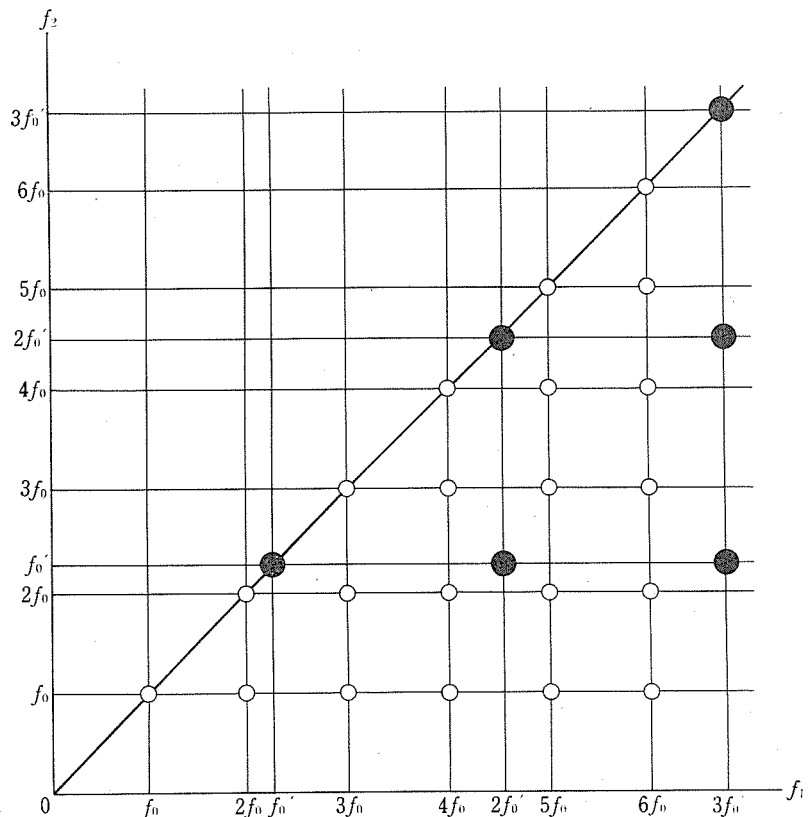


Fig. 3 The bispectrum of the signal composed of two periodic signals ( $S_1 + S_2$ ) is made up of the bispectrum of the signal  $S_1$  (O) plus the bispectrum of the signal  $S_2$  (●), and no cross-terms appear.

$$+ E[C_k]E[C_l]E[C^{*k+l}] = 0 \tag{19}$$

他の干渉項も同様に 0 になる。つまり

$$b_x(f_1, f_2) = b_{S_1}(f_1, f_2) + b_{S_2}(f_1, f_2) \tag{20}$$

Fig. 3 に、正規性不規則雑音に汚された  $S_1(t)$  と  $S_2(t)$  からなる信号のバイスペクトルを示す。○が  $S_1$  によるもので、●が  $S_2$  によるものである。干渉項は現われない。

3) クロスバイスペクトルによる方向検出

方向感を決定する要因として、古くから左右両耳へ達する音信号の時間差あるいは位相差、ならびに強度差が考えられている。P 点に調和複合音源があり、 $2a$  離れた 2 点 A, B で信号を観測するとき、それらの信号の位相差  $\theta$  は、信号の基本周波数を  $f_0$ 、音速を  $v$  として、

$$\theta = (\sqrt{(x+a)^2 + y^2} - \sqrt{(x-a)^2 + y^2}) \cdot 2\pi f_0 / v \tag{21}$$

で与えられる。位相差一定の曲線群は、2本の直線と双曲線群となる。

$$\frac{x^2}{\left(\frac{C}{2}\right)^2} - \frac{y^2}{\frac{4a^2 - C^2}{4}} = 1 \tag{22}$$

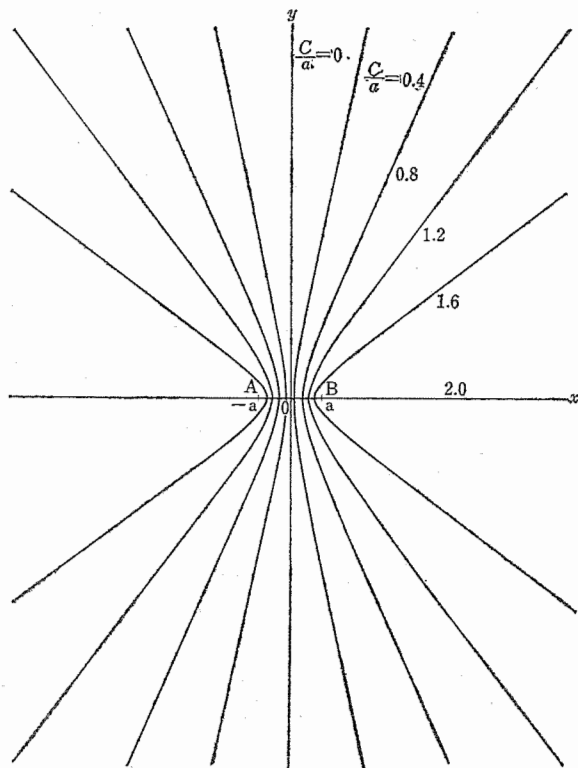


Fig. 4 The hyperbola and two straight lines indicate the direction of the sound source when the time delay between the signals observed at two points A and B is known.

ただし、 $C = \theta v / 2\pi f_0$  (cm).

Fig. 4 に、概略の形を示した。つぎに強度については、音源の強度を、単位距離離れた単位面積当たりのエネルギーで表わすとして、 $I_S$  とする。A 点での強度  $I_A$  と B 点での強度  $I_B$  との積

$$I_A \cdot I_B = k \tag{23}$$

を観測したとすれば、 $b^4 = I_S^2 / k$  として、

$$(x^2 + y^2 + a^2)^2 = 4a^2 x^2 + b^4 \tag{24}$$

となる。これは Cassini の楕形である。Fig. 5 にその概略を示す。

双曲線群と Cassini の楕形とによって、ある音源について、どの程度の大きさの音か知っている場合には、音源の位置を確定し得る。音源の大きさについての情報がないときには、双曲線に沿ってほしい方向の見当が得られる。左右は、2 点 A, B が区別されているので区別できるが、前後は観測器になんらかの指向性がない場合には区別できない。実際の心理実験でも、古くから前後は間違えやすいと報告されている<sup>8)</sup>。ちなみに、人の耳では耳殻が、前後の区別に、とくに高音に対して役割りを果たしているという考え方もある。ここでは、大まかな方向を検出して、その方向を向くことにより左右で位相差のある信号を無視して、信号・雑音比を上げて、信号の波形を推定しようとする。そのため、音源から左右の観測器に信号が到達するまでの時間差による、左と右とでの観測波形の位相のずれを測定することをクロスバイスペクトルにより行なう。この方法によれば、雑音のある場合にいくつかの周期音源のうちのある音源の方向を知ることができる。

さて、調和音源を

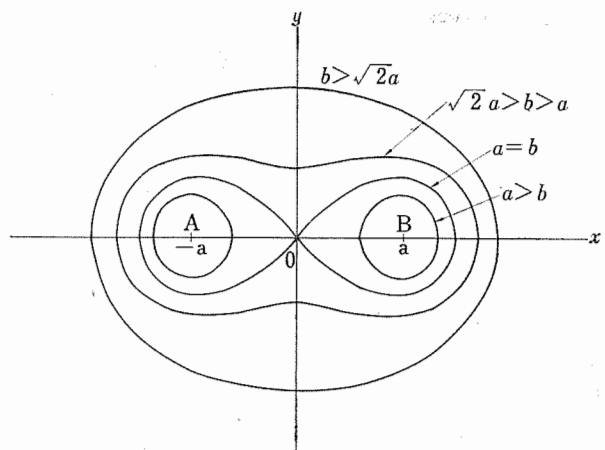


Fig. 5 The Cassini's curves indicate the distance of the sound source if the absolute strength of the source is known.

$$S(t) = \sum_{k=1}^n C_k \cos \{2\pi k f_0(t+t') + \phi_k\} \quad (25)$$

とする。A点での観測波形は、途中での信号の周波数間の分散がないとして、

$$S_A(t) = \sum_{k=1}^n A_k \cos \{2\pi k f_0(t+t'+t_A) + \phi_k\} \quad (26)$$

B点での波形は、

$$S_B(t) = \sum_{k=1}^n B_k \cos \{2\pi k f_0(t+t'+t_B) + \phi_k\} \quad (27)$$

となる。A点におけるパイスペクトルは、 $f_1 = k f_0$ ,  $f_2 = l f_0$  のところで

$$b_A(k f_0, l f_0) = A_k A_l A_{k+l} \delta(f_1 - k f_0) \delta(f_2 - l f_0) \cdot \exp \{-j(\phi_k + \phi_l - \phi_{k+l})\} \quad (28)$$

で、B点におけるパイスペクトルは、

$$b_B(k f_0, l f_0) = B_k B_l B_{k+l} \delta(f_1 - k f_0) \delta(f_2 - l f_0) \cdot \exp \{-j(\phi_k + \phi_l - \phi_{k+l})\} \quad (29)$$

である。A点とB点とのクロスパイスペクトルは、

$$\begin{aligned} C_{A,B}(k f_0, l f_0) &= A_k B_l A_{k+l} \delta(f_1 - k f_0) \delta(f_2 - l f_0) \cdot \\ &\exp \{-j(\phi_k + \phi_l - \phi_{k+l} + 2\pi k f_0 t_A + 2\pi l f_0 t_B - 2\pi(k+l) f_0 t_A)\} \\ &= A_k B_l A_{k+l} \delta(f_1 - k f_0) \delta(f_2 - l f_0) \cdot \\ &\exp \{-j(\phi_k + \phi_l - \phi_{k+l} - 2\pi l f_0(t_A - t_B))\} \end{aligned} \quad (30)$$

となる。観測は振幅項と位相項に分けて行なう。Table 1 に、A点とB点とで観測される振幅と位相を示した。

Table 1

	modulus	phase
Bispectrum at A $b_A(k f_0, l f_0)$	$A_k A_l A_{k+l}$	$-\phi_k - \phi_l + \phi_{k+l}$
Bispectrum at B $b_B(k f_0, l f_0)$	$B_k B_l B_{k+l}$	$-\phi_k - \phi_l + \phi_{k+l}$
Cross-bispectrum $c_{ABA}(k f_0, l f_0)$	$A_k B_l A_{k+l}$	$-\phi_k - \phi_l + \phi_{k+l} + 2\pi l f_0(t_A - t_B)$

さて、

$$\begin{aligned} \text{Phase } \{C_{A,B}(k f_0, l f_0)\} - \text{Phase } \{b_A(k f_0, l f_0)\} \\ = 2\pi l f_0(t_A - t_B) \quad l=1, 2, \dots, [n/2] \end{aligned} \quad (31)$$

となり、これにより (22) 式の  $\theta$  が求まり、双曲線が定まる。精度は低い周波数ほどよいので、基本周波数を使うのがよい。また他の  $l$  での (31) 式の値も基本周波数に換算できるので、それらの値も使って平均として  $\theta$  の値を求めれば精度が上がる。このようにして、自己と相互のパイスペクトルの位相項の差から、信号の方向を定めることができる。つぎに雑音のある場合を考える。信号  $S_i(\cdot)$  と雑音  $N_i(\cdot)$  の2成分の和で表わせる時系列  $X_i(t) = S_i(t) + N_i(t)$ ,  $i=1, 2$  において、 $S_i(\cdot)$  と  $N_i(\cdot)$  が平均値 0 で、3次の弱定

常、信号と雑音が独立であると仮定すれば、

$$\begin{aligned} C^{X_{X_1, X_2}}(f_1, f_2) \\ = C^{S_{X_1, X_2}}(f_1, f_2) + C^{N_{X_1, X_2}}(f_1, f_2) \end{aligned} \quad (32)$$

である。いま、 $N_i(\cdot)$  を正規過程とすれば、 $C^{N_{X_1, X_2}} = 0$  となり、 $C^{X_{X_1, X_2}}$  が  $C^{S_{X_1, X_2}}$  の推定値を与える。自己パイスペクトルについては、1) で同様なことが成り立つことがわかっているので、雑音のある場合でも、それが正規過程とみなせれば、パイスペクトルの位相差 (31) 式が、信号の到達時間差の推定に利用できる。

以上の 1), 2), 3) により、ガウス性不規則雑音に埋もれた複数個の調和複合信号源の分離が行なえる。選び出す特定の信号の性質のうち、つぎのいずれかが、大まかにわかっているとす。

- (i) 信号源の方向
- (ii) 信号源の大きさ
- (iii) 信号源の基本周波数

(iv) 信号源の波形の大まかな形 (たとえば、第何高調波まで含むとか、奇数次高調波が偶数次高調波に比べて大きい (クラリネットの音色の場合などの特長)。

(i) の場合には、パイスペクトル上で分離された系列 (たとえば Fig. 3 の  $\odot$  と  $\circ$  の2つ) のそれぞれの方向をクロスパイスペクトルにより測定し、選び出す信号を分離し、方向を合わせて、左右で位相差のある信号を抑制して、信号・雑音比を上げた状態で、ほしい信号の波形の推定を 1) の方法で行なえばよい。

(ii) の場合も同様に、パイスペクトル表示面上で分離された系列のうち、音源の大きさから予想される Cassini 曲線上に、ちょうど乗っていると判断される音源を選び、その波形を推定する。

(iii) も同様に、パイスペクトル表示面上での分離された系列のうち、基本周波数が合致する信号について、(i) と同様のことを行なう。

(iv) については、まず仮りに (i) の操作を、パイスペクトル表示面上での分離された系列について行なう。信号の成分音の振幅パターンと位相パターンが、すでにわかっている手がかりの情報に合う信号を選んで、方向を定める。その方向に向くことにより信号・雑音比を上げて波形の詳しい推定を行なう。

#### 4. シミュレーション

(2)式に基づいて3次相関関数のフーリエ変換としてパイスペクトルを求める方法では、その推定に莫大な計算時間がかかるため実用的ではない。本実験では、(4)式に基づいて高速フーリエ変換を利用する方

法, <sup>たとえは9)</sup>により, バイスpekトルを推定した. データを1,280点にサンプリングして, 64点ごとに高速フーリエ変換して20回重ねて平均をとり, バイスpekトルを推定する. 所要時間はHITAC 5020で約15秒, FACOM 230-25で約100秒であった.

バイスペkトルの誤差は, あるゆるやかな条件の下で正規的であることが知られている<sup>10)</sup>. 作成したプログラムによる誤差を, 信号

$$S(t) = \sin 2\pi f_0 t + 0.5 \cos 2\pi \cdot 2f_0 t + 0.3 \sin 2\pi \cdot 3f_0 t \quad (33)$$

に, 平均値0, 分散1の正規雑音を加えた観測信号について調べた. Fig. 6で縦軸は,  $b_x(f_0, f_0)$ により推定した倍音成分の振幅項の値を真の値で割ったものを百分率で示している. 図中の○印は, 計算機で推定した(33)式の2倍音成分の振幅項の誤差である.  $K$ は重ね合わせの回数で, 重ね合わせの回数 $K$ が増えるにしたがって, ほぼ  $1/\sqrt{K}$  で誤差のバラツキの減少がみられる. 実線は  $1/\sqrt{K}$  に比例した曲線を表わしている.

信号・雑音比が大きくなるにつれ, 当然, 推定値は真の値に近づく. Fig. 7は横軸に信号雑音比  $SN=1.0$ ,

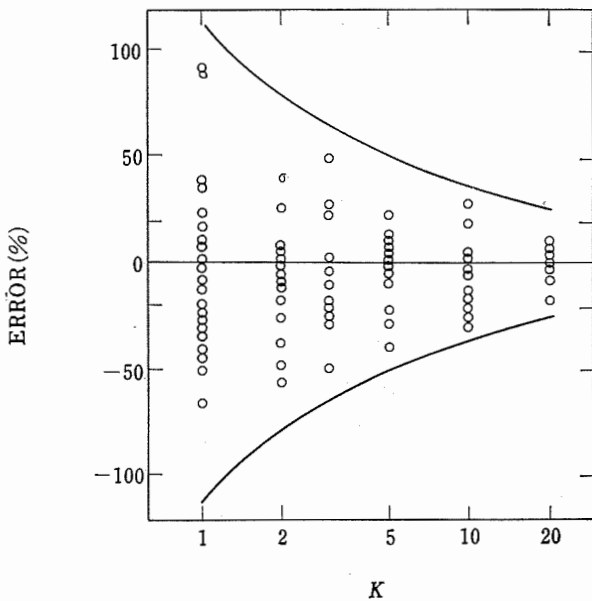


Fig. 6 The estimated value varies because of finite averaging. The abscissa shows the number of averaging, and the ordinate shows the relative error of the estimate. The lines in the figure indicate the curves proportional to the curves  $\pm 1/\sqrt{K}$ . The open circles show the estimated values of the bispectrum of the signal,  $\sin 2\pi f_0 t + 0.5 \cos 2\pi \cdot 2f_0 t + 0.3 \sin 2\pi \cdot 3f_0 t$ , plus Gaussian random noise of  $\sigma^2=1.0$ .

2.0, 5.0, 10.0, 20.0, 50.0 となるように(33)式の信号に正規雑音を加え, そのときのバイスペkトルの推定誤差の例を示している. 平均回数  $K=20$  とし, 縦軸には相対誤差を表示している. ○印は  $b_x(f_0, f_0)$  の振幅項, △印は位相項の推定誤差で, これらを結ぶ直線の傾きは両対数方眼紙上で約  $-45$  度となり, ほぼ  $SN$  に逆比例する誤差の減少がみられる.

Fig. 8にシミュレーションの例を示す. 信号源は1つで, その波形は(33)式で与えられる. AB点までの到達距離による信号の減衰の差はないものとし, 位相差のみを問題とする. 正規雑音源も1ヵ所で, これも減衰を考えず A, B 両地点で信号雑音比が1.0になるように選んである. ABでの信号の時間遅れは, 基本周期の  $70/360$  になるようにとってある. 1回の観測は基本周期の約15倍の長さとし, 8回の観測の平均からバイスペkトルを推定し, それによりフーリエ成分を推定している. また, クロスバイスペkトルとバイスペkトルとから, A, B での信号の遅れの差

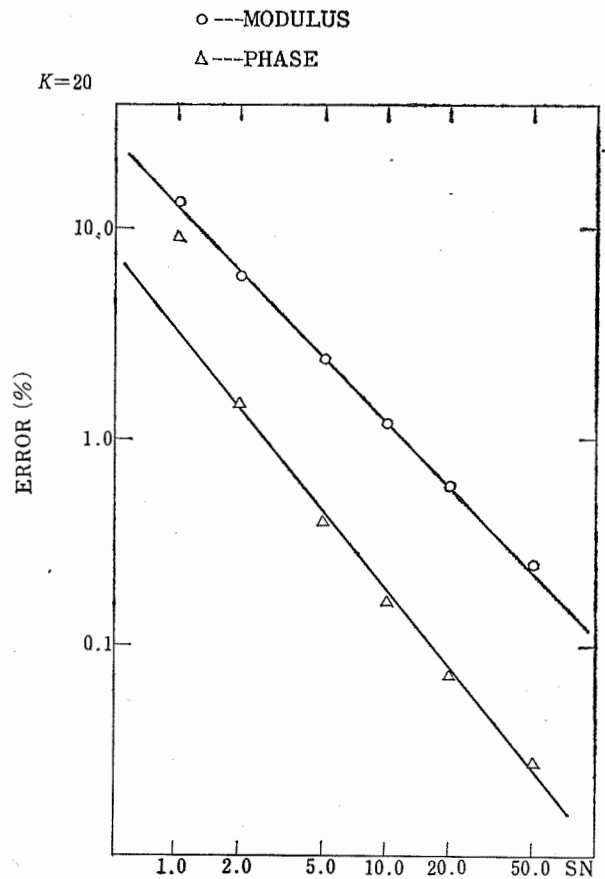
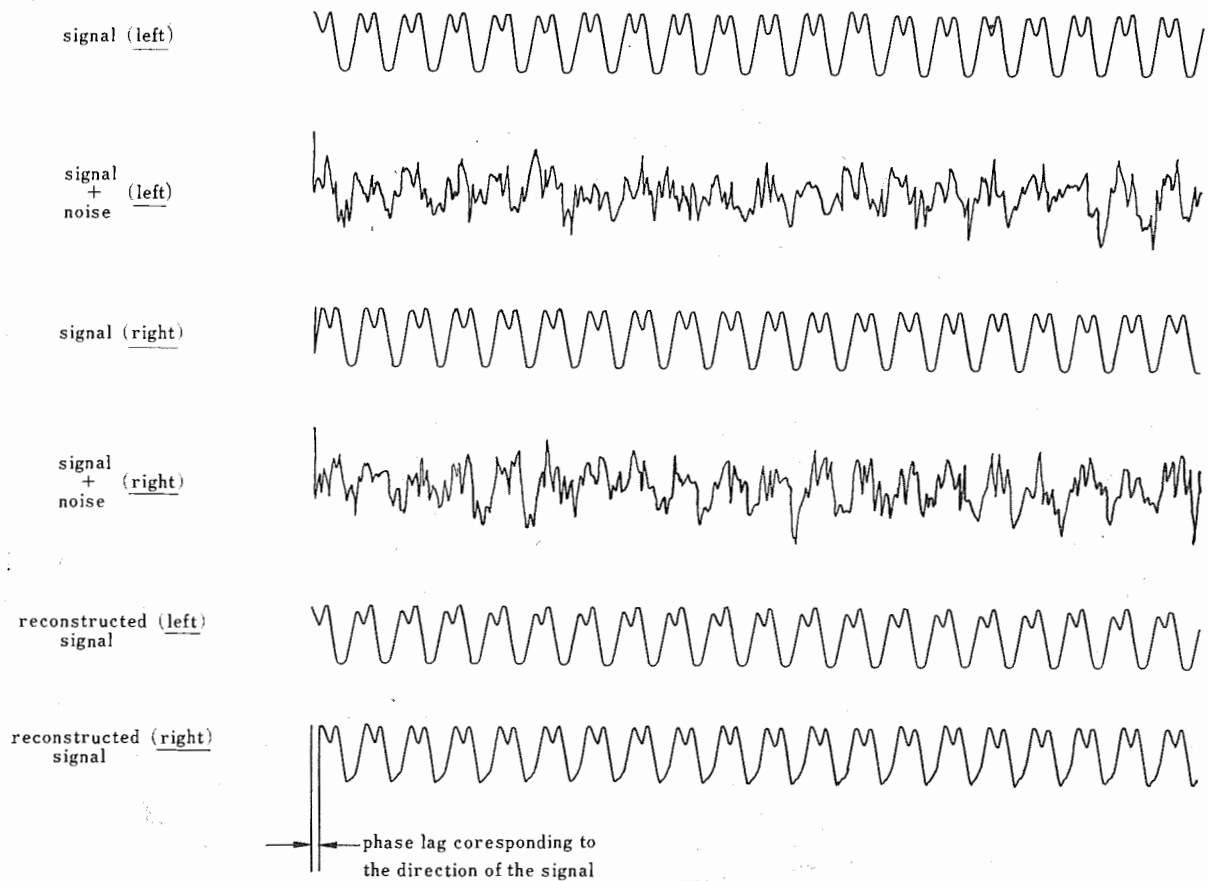


Fig. 7 The abscissa shows signal noise ratio and the ordinate shows relative error of the estimate. The relative error diminishes almost linearly as signal noise ratio increases when signal noise ratio is larger than 1.0.





**Fig. 8** An example of reconstruction of the periodic signal in noise. The first upper curve shows the original signal and the second is the waveform observed at the point A. The third curve is the original with a time delay and the fourth is the observed waveform at B. The fifth and the sixth show the reconstructed waveform at the points A and B, respectively, by using the bispectrum method.

を推定する。

このプログラムでは、信号の方向に向き直すことはせずに、最初の観測に基づいて成分を推定し、フーリエ合成して信号を再生している。Fig. 8 で(i), (ii) がそれぞれA点での原信号と雑音に汚された観測波形であり、(iii), (iv) がB点での原信号と観測波形である。雑音が非常に多く含まれているために波形からは、ほとんど原信号についての情報はそのままでは得られない。バースペクトル分析から推定したフーリエ成分を使って合成した信号を(v)に示す。多少の歪は認められるが、ほぼ原波形の形をとどめている。

クロスバースペクトルにより求めた時間遅れをも加えて、B点での推定信号を(vi)に示す。(i)と(iii)との位相差による時間遅れとほぼ等しい時間遅れのうちに、B点での信号が再生されている。推定された時間遅れは、基本周期の 68.6/360 であった。

### 5. 終わりに

カクテル・パーティ効果の機能を機械系で模倣するごく簡単な場合として、左右の2つの観測器からの信号の相互と自己のバースペクトルを利用して、ガウス性不規則信号に埋もれた複数個の周期信号のうち特定の1つの方向を検出し、その信号のフーリエ成分を推定することにより、ほしい周期信号を分離できることを示した。実際のカクテル・パーティにおける特定の話者の話の分離への応用にあたっては、バースペクトル分析による音声の特長抽出を行なうことが必要であろう。

終わりにあたり、常に有益な御示唆を賜った東京大学磯部孝教授に謝意を表す。

### 参考文献

1) K. Hasselmann, W. Munk, and G. MacDonald:

- Bispectra of Ocean Waves, in Time Series Analysis, M. Rosenblatt, Ed. New York 125/139, Wiley (1963)
- 2) M.D. Godfrey: An Exploratory Study of the Bispectrum of Economic Time Series, Appl. Stat., 14, 48/69 (1965)
  - 3) R.A. Haubrich: Earth Noise, 5 to 500 millicycles per second, J. Geophys. Res., 70, 1415/1427 (1965)
  - 4) D.R. Brillinger and M. Rosenblatt: Computation and Interpretation of  $k$ -th order Spectra, in Advanced Seminar on Spectral Analysis of Time Series, B. Harris, Ed. 189/232, Wiley (1967)
  - 5) Y.W. Lee: Statistical Theory of Communication, 303/312, Wiley (1960)
  - 6) M.R. Schroeder: Period Histogram and Product Spectrum: New Methods for Fundamental-Frequency Measurement, J. Acoust. Soc. Am., 43, 829/834 (1968)
  - 7) M. Rosenblatt and J.W. Van Ness: Estimation of the Bispectrum, Ann. Math. Stat., Vol. 37, 1257/1272 (1966)
  - 8) J.W.S. Rayleigh: Our Perception of the Direction of a Source of Sound, Nature, XIV, 32/33 (1876)
  - 9) P.J. Huber, B. Kleiner, and T. Gasser: Statistical Methods for Investigating Phase Relations in Stochastic Processes, IEEE Trans., AU-19, No. 1, 78/86 (1971)
  - 10) D.R. Brillinger and M. Rosenblatt: Asymptotic Theory of Estimates of  $k$ -th Order Spectra, in Advanced Seminar on Spectral Analysis of Time Series, B. Harris, Ed. 153/188, Wiley (1967)
-