

〔原著論文〕

# インピーダンス制御型マスタ・スレーブ・システム (I)

—基本原理と伝送遅れへの応用—

館 暲\* 榊 泰 輔\*\*

## Impedance Controlled Master Slave Manipulation System Part I: Basic Concept and Application to the System with Time Delay

Susumu TACHI Taisuke SAKAKI

This research is concerned with master slave manipulation. A new master slave system in tele-existence mode, i. e., impedance controlled master slave system, is presented. Impedance control of the manipulators is applied to this system. The system regulates the impedances of the master and the slave so that they coincide, and it generates the impedance models of the environment. Four basic control methods are proposed as the extension of conventional bilateral systems and it is shown that most of them can be transformed to each other by calculating force information even with less force information. They are also applied to the system with time delay. These methods are verified in the experiments with a two degrees of freedom direct drive manipulator.

**Key Words :** Impedance Control, Master Slave Manipulation, Tele-Existence, Time Delay, Impedance Model, Telerobotics

### 1. はじめに

遠く離れたところに存在する操作者がまるでロボットの作業している場所にいるかのような高度な臨場感を持ってロボットを遠隔操作する技術、いわゆるテレイグジスタンス<sup>1)</sup>の研究を進めている。テレイグジスタンス技術では、視覚の情報と同時に、遠隔に配置したロボットのアームが自分の腕になったかのような感覚を持って作業をおこなうといった、高度な臨場感を伴う操作感の研究も重要である。我々は、臨場感を伴う操作感についてはマスタ・スレーブ方式に注目し研究してきた<sup>2,3)</sup>。

従来のマスタ・スレーブには、対称型・力逆送型・力

帰還型がある。対称型はマスタとスレーブの両方の動特性が操作者への反力に加わり、力逆送型はマスタの動特性が加わってしまい、リアルな操作感を得るのは難しい。力帰還型では力フィードバックゲインを無限大にすれば両アームの動特性を打ち消すことができるが、そのゲインを大きくするとシステムの発振を招く。即ち、いずれの方法においても、アームの動特性は固定されている。(APPENDIX A 参照)

アームの手先の動特性を制御することは、マスタ・スレーブ・システムにとって有効な手法である。福田<sup>4)</sup>は従来のパイラテラル制御系を分類し、新たにそれらの一般的手法として、適応力制御方式により各アームのインピーダンスを対応させる方法を提案した。また、古田・小菅ら<sup>5)</sup>は仮想内部モデル追従制御を適用し各アームに設定する動特性を任意に設定できることを示した。一方、

原稿受付 1989年6月9日

\* 機械技術研究所

\*\* (株)安川電機製作所

吉川・横小路は操作感のトレイグジスタンスを操作者が対象物を直接操作したような感覚(理想応答)と定式化し<sup>6)</sup>, その制御方策としてマスタとスレーブが互いの運動と力の情報をもとに各アームの動特性を打ち消す動的制御を提案した<sup>7)</sup>. また、藤井ら<sup>8)</sup>や B. Hannaford<sup>17)</sup> はアームの動的制御と同時に対象物の動特性に注目し、これをインピーダンスとして同定し規範モデルとして各アームを追従させるシステムを提案している。しかし、実際のシステムに適用する場合、理想応答あるいはモデル規範型のシステムは結局各アームの動特性を慣性も含めて消去することになり<sup>9)</sup>, 制御系に無理がかかり不安定になる<sup>10)</sup>. そこで、吉川ら<sup>9)</sup>や J. Dudragne ら<sup>16)</sup>はマスタとスレーブの間に介在するインピーダンスを通して対象物を安定的に操作する方法を提案している。このように、操作感のトレイグジスタンス技術は、マスタ・スレーブにおける臨場感の定式化、アームの動特性の設定と動的制御、および対象物の動特性モデルも含めたアームの制御というように発展してきたと言える。

しかし、これまで提案されてきた手法は、各マニピュレータの手先の動特性をある値に固定しており、これを作業内容や操作環境に応じて変化させる観点が無い。また、可変な動特性を積極的に活用して操作性を向上させる方法については触れられていなかった。操作性の向上のためには、種々の作業環境あるいは作業内容に応じた柔軟なシステムを構成することが求められる。従って、まず、各マニピュレータの動特性を直接制御して任意の動特性をマニピュレータの手先に設定することが課題となる。さらに、これまで提案されていたシステムは、マスタ・スレーブ間で多くの情報を通信する必要があるため制御系が複雑になっており、実際のシステムを構築するのが難しい。そこで、システムをより実用化の方向へ進める観点から、制御系をできるだけ単純にかつ統一した方法で構成すること、及び、マスタ・スレーブ間の通信を少なくすることが課題となる。

この論文は、トレイグジスタンスシステムの一部を成し、高度に臨場的な操作感覚を得ることができる、インピーダンス制御型マスタ・スレーブ・システムについて述べたものである。このシステムは、操作者の手で対象物を直接操作しているかのような感覚とともに、操作者の操作能力を拡張させる観点から、状況に応じて種々の操作感覚を実現することを目的としている。上記の操作感覚を実現するため、各マニピュレータの手先に任意の動特性を独立かつ直接に設定できるシステムを提案する。

また、本手法が従来法を一般化したものであり、また種々の操作感覚を実現するための拡張性があることを示す。例として伝送遅れの問題に適用する。

本論文は次のような構成を成す。第2章でインピーダンス制御型マスタ・スレーブの原理を同形状・同動作速度・同入出力条件の等物理条件<sup>\*)</sup>および伝送遅れ無しの条件下で説明し、この方法が従来のバイラテラル制御系を一般化した手法であり、高度な臨場感を提供できることを示す。次いで第3章ではモデルを利用するインピーダンス制御型マスタ・スレーブシステムを提案する。さらに第4章では提案するシステムが伝送遅れに対応できることを示し、第5章でこれらを実験的に検証する。

## 2. インピーダンス制御型マスタ・スレーブ・システムの原理

この章では、インピーダンス制御型マスタ・スレーブ・システムの原理を等物理条件及び伝送遅れ無しの条件下で説明し、この方法がこれまでのバイラテラル制御を一般化した手法であり高度な臨場感を提供できることを示す。

### 2.1 インピーダンス制御型マスタ・スレーブ・システムの制御方式

我々の提案するシステムの問題は、アーム・環境の動特性を機械的インピーダンスのモデルで記述し、さらにこのモデルを操作者が作業しやすいように改変することにより高度の臨場的な操作感を与えようとするものである。これをインピーダンス制御型マスタ・スレーブ・システムと呼び、その基本的制御法としてインピーダンス制御を用いる。

インピーダンス制御は、ロボットと環境の動力学の相互作用を中心概念とする制御であり、特に接触作業を行う際に安定的な力制御が実現できる<sup>12,13)</sup>. この制御ではロボットが環境に接触する場合、ロボットと環境との関係をインピーダンスで規定し、ロボットと環境との動力学の相互作用をインピーダンスの変化としてとらえる。これは具体的にはロボットの見かけ上のダイナミクス(慣性・粘性・弾性)の変化として現れる。インピーダンス制御の中心概念は、ロボットだけでなくロボットと環境とを統合して制御対象とみること示しており、未知の環境を同定したり見かけ上異なる動特性を持つ環境をつくりだすといった「ロボット+環境」の制御という方向へ応用でき、本研究で取り扱うマスタ・スレーブ・システムにおいても有効に利用できる<sup>2,3)</sup>.

等物理条件・伝送遅れ無しの条件下におけるインピーダンス制御型マスタ・スレーブ・システムは、先に説明した我々の目指すシステムの基本部分をなし、マスタ・

<sup>\*)</sup> マスタアームとスレーブアームが同形状・同動作速度・同入出力条件で動作する場合、その条件をここでは簡単のため等物理条件と呼ぶ。

スレーブ間で伝送する情報により以下の4つの基本型が考えられる。マスタの操作力をスレーブへ伝え環境からスレーブへの反力をマスタへ伝送する双方向力情報伝送方式 (D-F), マスタの運動をスレーブへ伝えスレーブの反力をマスタへ伝送する運動-力情報伝送方式 (M-F), あるいはその逆の力-運動情報伝送方式 (F-M), 及び双方向とも各アームの運動を伝送する双方向運動情報伝送方式 (D-M) である。

各制御手法を以下に説明する。まずマスタとスレーブが同じ動特性を持っているかまたは各アームをインピーダンス制御する<sup>2)</sup>ことで同一の動特性を有しているとする。その時のマスタマニピュレータの状態式及び制御式を次のように表す。(操作者の動特性も含めて一般化した場合については **APPENDIX B** 参照)

$$F_0 = M_0 \ddot{X}_m + B_0 \dot{X}_m + K_0 X_m - F_1 \quad (1)$$

$$F_1 = C_1 \quad (2)$$

また、スレーブマニピュレータの状態式と制御式は次のように表される。

$$F_2 = M_0 \ddot{X}_s + B_0 \dot{X}_s + K_0 X_s + F_e \quad (3)$$

$$F_2 = C_2 \quad (4)$$

さらに、対象物の状態式を次のように表す。

$$F_e = M \ddot{X}_s + B \dot{X}_s + K \delta X_s \quad (5)$$

但し、 $(M_0, B_0, K_0)$  はマスタアームとスレーブアームのインピーダンスパラメータ、 $(M, B, K)$  は対象物のインピーダンスパラメータ、 $F_0$  はマスタへの操作力、 $F_1$ ,

$F_2$  は各々マスタとスレーブの内部トルク、 $F_e$  は対象物からスレーブアームへの反力、 $X_m, X_s$  は各々マスタとスレーブの位置を、 $\delta X_s$  は対象物の位置偏差を表す。また  $C_1, C_2$  はここで提案するマスタ・スレーブの制御手法を表す。ここで各インピーダンスの慣性・粘性・剛性は  $6 \times 6$  の行列、各位置  $X_m, X_s$  と各力  $F_0, F_1, F_2, F_e$  はそれぞれ6次元ベクトルである。

①双方向力情報伝送方式 (D-F) では、各アームに力センサあるいはトルクセンサを装着しマスタの操作力とスレーブの反力の情報を得てマスタ・スレーブの双方向に伝送する。マスタの操作力はスレーブの内部トルク、スレーブの得る反力はマスタの内部トルクとして出されマスタとスレーブは対称になっているのが特徴である。制御手法としては、(2), (4) 式で、

$$C_1 = -F_e \quad (6)$$

$$C_2 = F_0 \quad (7)$$

とすることにより得られる。(1)~(4), (6), (7) 式より、 $e = X_m - X_s$  において、

$$M_0 \ddot{e} + B_0 \dot{e} + K_0 e = 0 \quad (8)$$

従って 2.2 で述べるように適当な目標インピーダンスパラメータ  $(M_0, B_0, K_0)$  を各アームに設定することにより  $e \rightarrow 0$  となり、漸的に  $X_m = X_s \rightarrow X$  となる。これと (1), (3), (5) 式より操作力と反力の関係は、

$$F_0 = (M_0 \ddot{X} + B_0 \dot{X} + K_0 X) + F_e$$

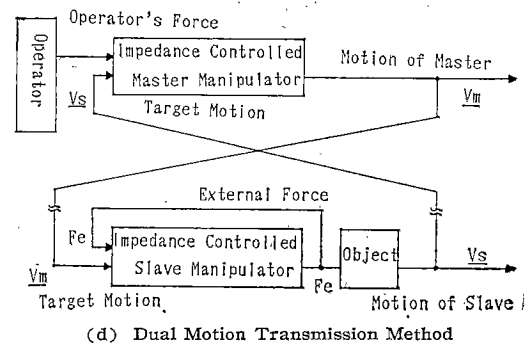
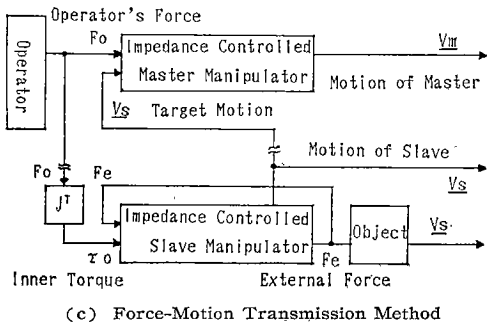
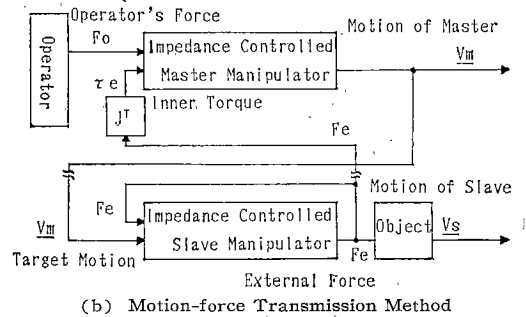
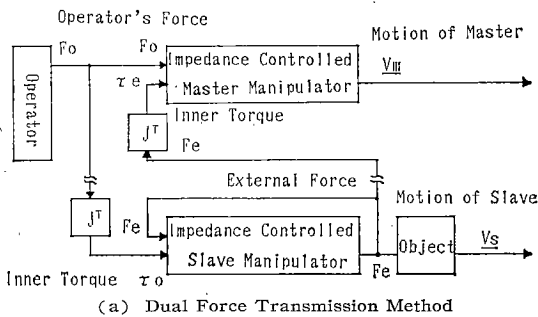


Fig. 1 Impedance Controlled Master Slave System (MSS)

$$=(M_0\ddot{X}+B_0\dot{X}+K_0X)+(M\ddot{X}+B\dot{X}+K\delta X) \quad (9)$$

と表され、十分小さい目標インピーダンスを設定すれば  $F_0=F_e$  となり、理想応答<sup>7)</sup>に近づき対象物をリアルに感じることができる。(Fig. 1(a) 参照)

②運動一力情報伝送方式 (M-F) では、マスタからアームの運動をスレーブへ伝えスレーブからは反力をマスタへ伝送する。制御方式としては、

$$C1=-F_e \quad (10)$$

$$C2=M_0\ddot{X}_m+B_0\dot{X}_m+K_0X_m \quad (11)$$

とすることにより実現される。(1)~(5), (10), (11) 式より操作力と反力の関係は、

$$\begin{aligned} F_0 &= (M_0\ddot{X}_m+B_0\dot{X}_m+K_0X_m)+F_e \\ &= (M_0\ddot{X}_m+B_0\dot{X}_m+K_0X_m) \\ &\quad + (M\ddot{X}_s+B\dot{X}_s+K\delta X_s) \end{aligned} \quad (12)$$

あるいは、

$$F_0=(M_0\ddot{X}_m+B_0\dot{X}_m+K_0X_m) + (M_0\ddot{e}+B_0\dot{e}+K_0e) \quad (13)$$

$$F_e=M_0\ddot{e}+B_0\dot{e}+K_0e \quad (14)$$

と表される。(Fig. 1(b) 参照)

③力一運動情報伝送方式 (F-M) では、マスタからは操作力をスレーブへ伝えスレーブからは運動の情報をマスタへ伝送する。制御手法は、

$$C1=M_0\ddot{X}_s+B_0\dot{X}_s+K_0X_s \quad (15)$$

$$C2=F_0 \quad (16)$$

として実現される。(1)~(5), (15), (16) 式より操作力と反力の関係は、

$$\begin{aligned} F_0 &= (1/2)\{(M_0\ddot{X}_m+B_0\dot{X}_m+K_0X_m)+F_e\} \\ &= M_0\ddot{e}+B_0\dot{e}+K_0e \end{aligned} \quad (17)$$

$$F_e=(M_0\ddot{e}+B_0\dot{e}+K_0e) - (M_0\ddot{X}_s+B_0\dot{X}_s+K_0X_s) \quad (18)$$

である。(Fig. 1(c) 参照)

④双方向運動情報伝送方式 (D-M) では双方向に運動情報を伝送する。制御手法としては、

$$C1=M_0\ddot{X}_s+B_0\dot{X}_s+K_0X_s \quad (19)$$

$$C2=M_0\ddot{X}_m+B_0\dot{X}_m+K_0X_m \quad (20)$$

として実現される。(1)~(5), (19), (20) 式より操作力と反力の関係は、

$$\begin{aligned} F_0 &= F_e=M_0\ddot{e}+B_0\dot{e}+K_0e \\ &= M\ddot{X}_s+B\dot{X}_s+K\delta X_s \end{aligned} \quad (21)$$

である。これは両アームとも力センサやトルクセンサは使用せず運動情報のみを用いて制御する点を特徴としている。(21) 式より、操作力を加えておらず対象物を把持していない状態ならば  $F_0=F_e$  であるから  $(M_0, B_0, K_0)$  を適当に設定することにより  $e \rightarrow 0$  となる。マスタを操

作するか対象物に接触している状態では  $e \neq 0$  となり反力と操作力はマスタとスレーブの運動状態の差と等しく、 $F_0=F_e$  に対する強制振動となり不安定を招く。しかし、3.2 に述べるように対象物の動特性モデルを含めた制御を行うことにより、安定な制御が可能である。(Fig. 1(d) 参照)

## 2.2 インピーダンス制御型マスタ・スレーブ・システムの特徵

インピーダンス制御型では各マニピュレータの動特性を独立に制御可能であるが、その基本型では、マスタとスレーブの動特性はそれぞれインピーダンス制御され、同一のインピーダンスになっている。このとき物理的には、重力の補償された小さなインピーダンスを持つ球を操作者の手先につけているかのような感覚が得られる。このインピーダンスが十分に小さくかつ変動しなければ、操作者は対象物の動特性を直接操作しているような感覚が近似的に得られる。また、マスタ・スレーブ間で通信される情報は、力あるいは運動情報のいずれかであり、従来法よりも少なく済む。制御手法によっては必ずしも力センサを必要としない。これらの制御手法により、操作者はマスタの動作に忠実にスレーブを操作することができ対象物の動特性もリアルに感じることができる。ここでは、アームの目標インピーダンスの設定法と各制御方式の関係について述べる。

双方向力情報伝送方式における各アームの目標インピーダンスパラメータ  $(M_0, B_0, K_0)$  は、関節のアクチュエータの能力が十分にあるとして次のように決定できる。臨界制御での安定条件を考慮すると、(8) 式より、

$$(M_0^{-1}B_0)^2 - 4M_0^{-1}K_0 = 0 \quad (22)$$

であるが、この(22)式の条件での特性根を求めると、

$$\det\{sI + (1/2)M_0^{-1}B_0\} = 0 \quad (23)$$

となる。この根  $li$  ( $i=1, \dots$ ) をアクチュエータの能力の範囲で可能な限り絶対値の大きな負の値にするようなインピーダンスパラメータ  $(M_0, B_0, K_0)$  の比を決めればよい。

さらにインピーダンス制御型(双方向力情報伝送方式)では反力のマスタの操作性と反力の感度を良くするため(9)式より目標インピーダンスをできるだけ小さくする必要があり。そこでインピーダンスを  $s$  平面上で、

$$Z(s) = M_0s + B_0 + (1/s)K_0 \quad (24)$$

とすると、その大きさは作業内容や操作環境に依存するが、例えば次のような行列のノルムとして定義できる。

$$\|Z(s)\| = \sqrt{\text{tr}[Z(s)^T Z(s)]} \quad (25)$$

先の特性方程式の各根  $\lambda_i$  に対する固有ベクトルを  $V_i$  ( $i=1, \dots, 6$ ) とし、 $T=[V_1 \dots V_6]$  とする。 $A = -(1/2)M_0^{-1}B_0$  とおくと明らかに、

$$T^{-1}AT = \begin{vmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_6 \end{vmatrix} = A \quad (26)$$

そこでノルムの性質より,

$$\begin{aligned} \|sI - A\| &= \|TT^{-1}(sI - A)TT^{-1}\| \\ &= \|T(sI - A)T^{-1}\| \\ &\leq \|T\| \|T^{-1}\| \\ &\quad \times \sqrt{(s - \lambda_1)^2 + \dots + (s - \lambda_6)^2} \end{aligned} \quad (27)$$

従って,

$$\begin{aligned} \|Z(s)\| &\leq \|1/s\| \|M_0\| \|sI - A\| \\ &\leq \|1/s\| \|M_0\| \|T\| \|T^{-1}\| \\ &\quad \times \{(s - \lambda_1)^2 + \dots + (s - \lambda_6)^2\} \end{aligned} \quad (28)$$

以上より, 特性方程式の各根  $\lambda_i$  ( $i=1, \dots, 6$ ) の実部を絶対値の大きな負の値にしたとき  $\|Z(s)\|$  を十分小さな値にするには, 慣性行列のノルム  $\|M_0\|$  を十分小さな値にしておくことが必要であることがわかる. 具体的には, 先の定義から  $\|M_0\|$  を計算し, これが制御系に不安定をもたらさない程度の値に抑えることになる. なお, これを零と置いた場合が理想応答に相当する.

また, 2.1 で説明した残りの 3 種の方式については, 対象物がスレーブアームの共振周波数で振動するか, あるいは操作者がマスタをその共振周波数で操作した場合には, システムに不安定を生じさせることがある. それは各方式が力情報を直接計測していないことによるが, 双方向運動情報伝送方式を除き, アームの運動から力情報を推定することにより<sup>2)</sup> 双方向力情報伝送方式と等価なシステムに変換することが可能である.

運動-力情報伝送方式は式 (13), (14) に示したように対象物からの反力によっては発振する虞がある. 運動-力情報伝送方式から双方向力情報伝送方式への変換は運動-力情報伝送方式の制御式 (11) を次のように改める.

$$C2 = M_0 \ddot{X}_m + B_0 \dot{X}_m + K_0 X_m + F_e \quad (29)$$

これより操作力と反力の関係は (9) 式と等しくなり, 双方向力情報伝送方式と等価となって安定性が保証される.

力-運動情報伝送方式では式 (17), (18) に示したように操作者がマスタを離れたときには  $e \rightarrow 0$  となり安定するが, 操作している限り  $e \neq 0$  で操作力に対する強制振動となり  $B_0$  を大きくしないと発振する虞がある. 力-運動情報伝送方式を双方向力情報伝送方式へ変換するには, 力-運動情報伝送方式の制御式 (15) を次のように改める.

$$C1 = M_0 \ddot{X}_s + B_0 \dot{X}_s + K_0 X_s + F_0 \quad (30)$$

すると操作力と反力の関係は (9) 式と等しくなり, 双方向力情報伝送方式と等価となって安定性が保証される.

双方向運動情報伝送方式については, 同様にして力情

報を推定することにより運動-力情報伝送方式あるいは力-運動情報伝送方式への変換は可能である. 但し, さらにこれを双方向力情報伝送方式に変換することはできない. しかし, 第 3 章以下に述べるように, 対象物のモデル化を行うことにより, いずれの方式においても双方向力情報伝送方式と等価となり, さらに伝送遅れにも対応することが可能となる.

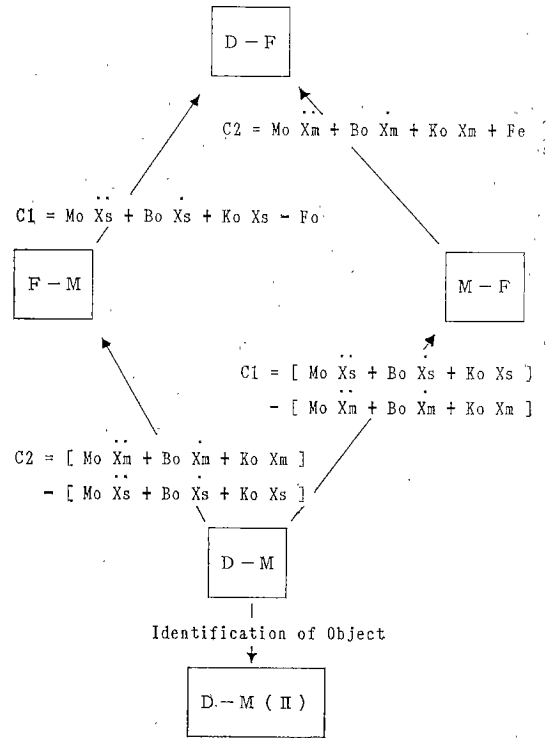
以上のように, 力センサをマスタあるいはスレーブのいずれかにしか装着していない場合でも, 力情報の推定により両アームで力情報を直接計測するシステムと同様の効果をあげることができる. なお, 以上述べた変換の逆方向の変換も可能である. 各制御方式の特徴と各方式間の変換を整理して Fig. 2 と Table 1 に示す.

### 3. モデルを利用するインピーダンス制御型マスタ・スレーブ

ここではインピーダンス制御型マスタ・スレーブの基本的な構成と, このシステムを応用して対象物へのモデル化を行い伝送遅れへ対応する方法について述べる.

#### 3.1 システム構成

インピーダンス制御を, テレラグジスタンスモードに



Applicable to the System with Time Delay

Fig. 2 Classification of Impedance Controlled MSS

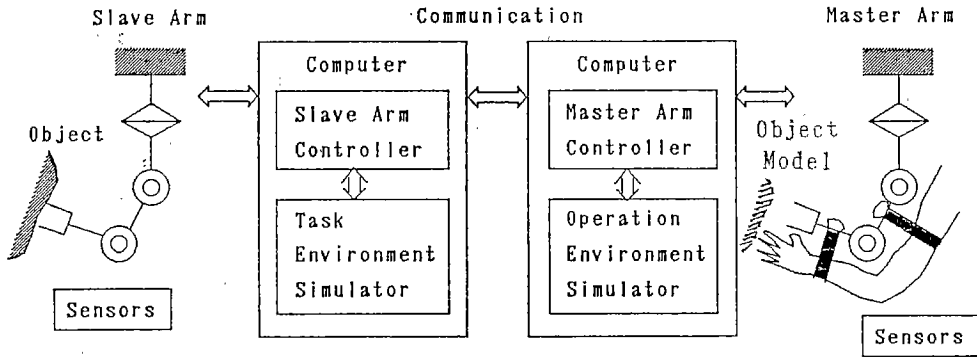


Fig. 3 Hardware Concept of Impedance Controlled MSS

あるマスタ・スレーブ・システムへ応用した概念図を Fig. 3 に示す。操作者はマスタマニピュレータを動かしてその動作をスレーブ側へ伝送し、スレーブマニピュレータはこれをもとに対象物に対して作業を行う。一方、マスタ側はスレーブマニピュレータが受けた反力を計測あるいは推定しマスタマニピュレータを通じて操作者へ返す。スレーブマニピュレータが作業を行う環境を、対象物も含めて作業環境と言う。マスタ側では作業環境を元にしたモデルを構成するが、これを操作環境と言う。

ハードウェアの構成については、システムはマスタシステムとスレーブシステムの二つから成る。それぞれのアームは各システムのコンピュータに接続され制御される。アームのセンサはその運動を計測しコンピュータに送信する。コンピュータからは出力トルクの指令をアームへ伝える。コンピュータは、アームのコントローラと環境シミュレータからなる。コントローラは各アームが目標インピーダンスに基づいて運動するように出力トルクの指令を出す。環境シミュレータは、センサ情報と出力トルクにもとづいて、自律的あるいは操作者からの指令により各環境のモデルを作成する。マスタシステムとスレーブシステムは、アームの運動あるいは力についての情報を相互に通信する。

3.2 未知の環境の同定

宇宙空間の様に非常に遠隔な場所で、操作者に見かけ上伝送の遅れがなく作業結果を伝えるには、スレーブ側の環境を基にしたマスタ側の環境モデルの作成が必要である。すなわち、スレーブを動作させることで環境のインピーダンスを同定し、これを基にマスタ側でスレーブの環境モデルをインピーダンスで記述する。

以下の例を考える前提として、各マニピュレータが固有に持つ動特性（慣性・粘性・弾性）は既知とする。作業環境のインピーダンスを仮定し、小さな反力でも検出できるようにある程度低いインピーダンスを持ったスレーブマニピュレータを、自律的あるいはマスタマニピュ

ュレータを操作して作業環境と接触させる。作業環境の真のインピーダンスと先の仮定との差を検出することにより、作業環境のインピーダンスを同定する。これは人間が暗闇の中で手探りで物を認識するようなもので、何も無いと思っていても手がぶつかって跳ね返されれば壁があると認識できるのと同様な方法である。マニピュレータ自身の動特性は例えば館ら<sup>2)</sup>の手法によりあらかじめ同定しておくが、このことでマニピュレータは自分の中に一種の物差しを持つことになり、その動特性を用いて環境を測定するわけである。

対象物が未知のインピーダンスパラメータ ( $M_{obj}$ ,  $B_{obj}$ ,  $K_{obj}$ ) を持つ一般の場合に、これを同定する手法を説明する。マニピュレータの運動方程式が次で与えられているとする。

$$I\ddot{\theta} + D\dot{\theta} = T_a + J^T F_e \tag{31}$$

但し、 $I, D$  は各々マニピュレータの慣性行列と粘性行列、 $T_a$  はアクチュエータの出力トルクベクトル、 $F_e$  は外力のベクトル、 $\theta$  は回転角度ベクトル、 $J^T$  はヤコビ

Table 1 Classification of Impedance Controlled MSS

Methods \ Information	Methods			
	D - F	M - F	F - M	D - M
Forces (Both Sides)	●	▲	▲	×
Force and Motion	▲	●	●	▲
Motions (Both Sides)	×	▲	▲	●

Notes: ●...Can be realized without transformation of the control equation.  
 ▲...Can be realized by transforming the control equation.  
 ×...Cannot be realized.

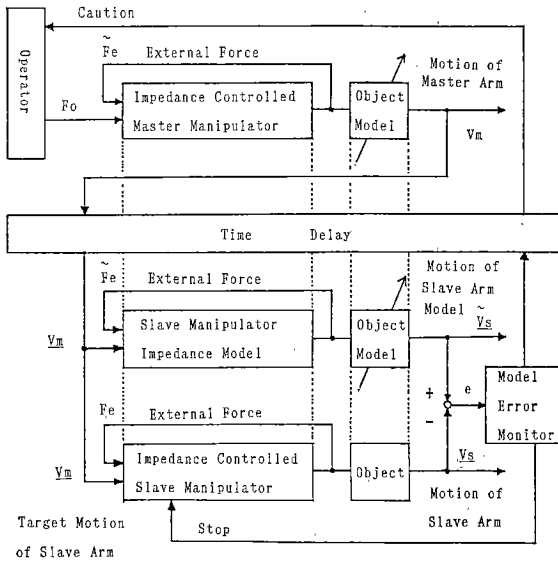


Fig.4 Impedance Controlled MSS for the System with Time Delay

アの転置行列である。

マニピュレータの目標インピーダンス  $Z(s)$  を、

$$Z(s) = M_d s + B_d + (1/s)K_d \quad (32)$$

とすると、マニピュレータの見かけ上の運動方程式は次のようになる。

$$F_e = M_d(\ddot{X} - \ddot{X}_0) + B_d(\dot{X} - \dot{X}_0) + K_d(X - X_0) \quad (33)$$

ここで  $[\ddot{X}_0 \ \dot{X}_0 \ X_0]^T$  はマニピュレータの目標運動である。アクチュエータの出力トルクを以下のように決定すれば、(32)式の目標インピーダンスを実現することができる<sup>2,3)</sup>。(但し  $X=L(\theta)$ )

$$T_a = (I - J^T M_d J)\ddot{\theta} + (D_0 - J^T M_d \dot{J} - J^T B_d J)\dot{\theta} + J^T \{M_d \ddot{X} + B_d \dot{X} + K_d(X_0 - L(\theta))\} \quad (34)$$

まず、対象物が未知の剛性を持つバネの場合、速度・加速度を零とすると、マニピュレータは仮想平衡点  $X_0$  と対象物との最初の接触点  $X_c$  の間のある点  $X_e$  で静止する。この時、見かけ上マニピュレータは対象物であるバネに対し次の反力  $F_m$  を与える。

$$F_m = K_d(X_0 - X_e) \quad (35)$$

また、マニピュレータから与えられた力  $F_m$  に対する対象物の動作は、

$$F_m = K_{obj}(X_e - X_c) \quad (36)$$

(35)、(36)より求める対象物の弾性係数  $K_{obj}$  は次のように求められる。

$$K_{obj} = K_d(X_0 - X_e)(X_e - X_c)^{-1} \quad (37)$$

次に、マニピュレータが対象物に接触している際の速度を一定すなわち加速度を零とする。外力  $F_m$  に対する

マニピュレータの実際の速度を  $\dot{X}_e$  とすると、

$$F_m = D_d(\dot{X}_0 - \dot{X}_e) + K_d(X_0 - X_e) \quad (38)$$

また、マニピュレータから与えられた力  $F_m$  に対し、対象物の接触前の速度  $\dot{X}_c$  がわかっているとすると、

$$F_m = D_{obj}(\dot{X}_e - \dot{X}_c) + K_{obj}(X_e - X_c) \quad (39)$$

(37)~(39)より、求める対象物の粘性係数  $B_{obj}$  は次のように求められる。

$$D_{obj} = D_d(\dot{X}_0 - \dot{X}_e)(\dot{X}_e - \dot{X}_c)^{-1} \quad (40)$$

以上の手法と同様の方法を用いて対象物の慣性  $M_{obj}$  を求めることができる。その結果のみを以下に示す。

$$M_{obj} = M_d(\ddot{X}_0 - \ddot{X}_e)(\ddot{X}_e - \ddot{X}_c)^{-1} \quad (41)$$

なお、ここでは対象物の動特性をそのパラメータごとにひとつひとつ求めたが、マニピュレータを対象物に接触させてその全体のステップ応答などを測定することにより、全部のパラメータを同時に求めることも可能である。なお同定を正確にするために、場合によっては対象物へ接触する際にその速度を零にする<sup>\*)</sup>。

### 3.3 操作環境モデルの作成

ここではスレーブシステムの作業環境モデルをもとにマスタシステムの操作環境モデルを作成する手法を考える。

まず、環境モデルに於けるインピーダンスを次のように定義する。一般に環境を3次元空間としマニピュレータの動作自由度を6とすると、環境モデルの各座標に対し6次元のインピーダンスベクトルを考えることができる。

$$Z(X) = [z_{p1} \ z_{p2} \ z_{p3} \ z_{r1} \ z_{r2} \ z_{r3}]^T \quad (42)$$

作業環境と操作環境は各絶対座標系のスケール、原点の位置及び座標系の方向に於いて一般に異なっている。従って、各マニピュレータを等しい目標インピーダンス(ベクトル、以下誤解を生じる虞のないときは省略)に沿って動作させるためには、異なる座標系間に1対1の対応をつけ、対応する座標のインピーダンスを等しくすれば良い。

そこで次の写像  $\Gamma$  を定義する。写像  $\Gamma$  は、作業環境モデルの座標から操作環境モデルの座標への一次変換である。写像  $\Gamma$  は、次の三つの操作からなる。すなわち座標間の原点を一致させる操作  $TRNS(\cdot)$ 、座標の方向を一致させる操作  $ROT(\cdot)$ 、座標をあるスケール倍する操作  $SCL(\cdot)$  である。

$$\Gamma(\cdot) = SCL(ROT(TRNS(\cdot))) \quad (43)$$

このとき作業環境モデルと操作環境モデルが一致する

\*) 谷江ら<sup>15)</sup>は、対象物のコンプライアンスを測定しマスタ側の制御ループに逆送するバイラテラル制御法を提案しているが、特にマスタとスレーブの間に伝送あるいは制御の遅れがある場合に対象物を同定するときは、対象物への接触速度を零にすべきことを報告している。

ことを次のように定義する。すなわち、作業環境モデルの座標  $X_t$  におけるインピーダンスを  $Z_t$ 、座標  $X_t$  に対応する操作環境モデルの座標  $X_0$  におけるインピーダンスを  $Z_0$  とすると、

$$Z_t(X_t) = Z_0(X_0) \quad (44)$$

但し、

$$X_0 = \Gamma(X_t) \quad (45)$$

である。

従って、環境モデルを一致させた後マスタマニピュレータの運動  $V_m$  をスレーブシステムへ送信すれば、スレーブマニピュレータは目標とする運動  $V_s$  に対しマスタと等しい目標インピーダンスに沿って動作することになる。目標とする運動  $V_s$  は次式のように求められる。

$$V_m = \left[ \frac{d^2}{dt^2}(X_m) \frac{d}{dt}(X_m) X_m \right]^T \quad (46)$$

とすると、

$$\begin{aligned} V_s &= \Gamma^{-1}(V_m) \\ &= \left[ \frac{d^2}{dt^2}(\Gamma^{-1}(X_m)) \frac{d}{dt}(\Gamma^{-1}(X_m)) \Gamma^{-1}(X_m) \right]^T \end{aligned} \quad (47)$$

環境モデルとは、見かけ上のマニピュレータモデルと見かけ上の作業環境モデルとを合成したものである。従って、このモデルを操作者からみるならば、「操作者の手+マニピュレータモデル」+「環境」というように分けられるのではなく、「操作者の手」+「マニピュレータモデル+環境」[操作者にとっての見かけ上の環境]と解釈される。即ち操作者は自分の手で「操作者にとっての見かけ上の環境」に直接に接触しているような感覚が生じる。

### 3.4 対象物のインピーダンスを利用した臨場感の供与

前節までに説明した方法により対象物のインピーダンスを同定したとすると、これを利用して対象物を操作する臨場感を与えることができる。

例えば双方向運動情報伝送方式では、2.1 での制御式(2),(4)で、

$$C1 = (M_0 \ddot{X}_s + B_0 \dot{X}_s + K_0 X_s) - \alpha 1 \quad (48)$$

$$C2 = (M_0 \ddot{X}_m + B_0 \dot{X}_m + K_0 X_m) + \alpha 2 \quad (49)$$

とし、対象物のモデルを3.3節にならって、

$$\alpha 1 = \alpha 2 = M_{0bj} \ddot{X}_m + B_{0bj} \dot{X}_m + K_{0bj} \delta X_m \quad (50)$$

として制御式(48),(49)の中に組み込むと、(1),(3),(48),(49)の各式より臨界制動となるように適切な目標インピーダンスパラメータ ( $M_0, B_0, K_0$ ) を設定すれば、

$$M_0 \ddot{e} + B_0 \dot{e} + K_0 e = 0 \quad (51)$$

において漸近的に  $X_m = X_s \rightarrow X$  となり、操作力と反力の関係は、

$$F_0 = F_e = M_{0bj} \ddot{X} + B_{0bj} \dot{X} + K_{0bj} \delta X \quad (52)$$

となる。従って操作者は対象物を直接操作しているかのような臨場感を持つことができる。これはインピーダンス制御型(双方向運動情報伝送方式, Fig.1(d)参照)を拡張したものである。もちろん同様の効果は他の3種類のインピーダンス制御型に対しても可能である。

## 4. 伝送遅れへの対応

宇宙空間の様に非常に遠隔な場所では、マスタ側とスレーブ側との伝送遅れが大きくなる。特にロボットと操作者との間にフィードバック等のループが存在する場合には、伝送遅れが大きくなる程ロボットの動作は難しくなり、安定した制御を行うためにはロボットをゆっくり操作せざるを得ない。こうした問題に対し、神徳・谷江<sup>13)</sup>は環境のモデルを基に視覚フィードバックを用いることによりバイラテラルのマスタ・スレーブマニピュレータを構成する方法を提案しているが、スレーブ側の実環境を基にしたマスタ側の環境モデルの作成が必要であり、その作成や記述の一般的な手法については示されていない。また、R. J. Anderson ら<sup>14)</sup>はマスタ・スレーブ間の伝送をアクティブに制御することでシステム全体をパッシブにして安定性を保つ方法を提案しており伝送遅れが比較的短い場合の有効性を示したが、伝送遅れが大きくなると反力の伝達性が悪くなりシステムが発振するという問題点が残っている。

ここでは、インピーダンス制御型マスタ・スレーブ・システムの拡張性を示す一例として、第3章で述べたように、対象物のインピーダンスモデルを作成し、そのモデルを各制御式の中に組み込むことで、見かけ上時間遅れなく各アームを制御できることを示す。

伝送に要する時間を  $td$  とし伝送遅れを、

$$\underline{X}_m(t) = X_m(t - td) \quad (53)$$

と表すと、3.4 での制御式(48),(49)より、

$$\begin{aligned} C1 &= (M_0 \ddot{X}_m + B_0 \dot{X}_m + K_0 X_m) \\ &\quad - (M_{0bj} \ddot{X}_m + B_{0bj} \dot{X}_m + K_{0bj} \delta \dot{X}_m) \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} C2 &= (M_0 \ddot{X}_m + B_0 \dot{X}_m + K_0 X_m) \\ &\quad + (M_{0bj} \ddot{X}_m + B_{0bj} \dot{X}_m + K_{0bj} \delta \dot{X}_m) \end{aligned} \quad (55)$$

となり、結局操作力と反力の関係は、

$$F_0 = M_{0bj} \ddot{X}_m + B_{0bj} \dot{X}_m + K_{0bj} \delta X_m \quad (56)$$

$$\begin{aligned} F_e &= M_{0bj} \ddot{X}_m + B_{0bj} \dot{X}_m + K_{0bj} \delta \dot{X}_m \\ &= M_{0bj} \ddot{X}_s + B_{0bj} \dot{X}_s + K_{0bj} \delta X_s \end{aligned} \quad (57)$$

ここで  $\underline{e} = \underline{X}_m - X_s$ ,  $\underline{e} \rightarrow 0$  よりスレーブはマスタに時間  $td$  だけ遅れて動作するが、これを  $X = X(t - td)$  と表すと、

$$F_e = M_{0bj} \ddot{X} + B_{0bj} \dot{X} + K_{0bj} \delta X \quad (58)$$

より、



$$F_0(t - td) = F_e(t) \quad (59)$$

すなわち操作力  $F_0$  と反力  $F_e$  は時間  $td$  だけ遅れて一致する。(Fig. 2 及び Fig. 4 参照)

この制御システムの特徴は、作業環境での実際の反力を計測することなしに操作者に対する反力を操作環境モデルを用いて推定することにある。従って、マスタ・スレーブ間の通信時間に起因する伝送遅れ  $td$  が存在する場合、スレーブマニピュレータはマスタマニピュレータに対し時間  $td$  だけ遅れた動作で追従するが、モデルからの反力が返ることで、操作者は時間遅れなく反力が返るような感覚を得る。

また、このシステムは対象物のモデルを利用することにより非常に大きな伝送遅れに対しても対応できる。

(56) 式のように対象物モデルはマスタ側だけでなくスレーブアームの制御にも組み込まれているが、スレーブ側では対象物モデルから計算したアームの動作と実際の対象物を把持しているアームの動作を比較することで、実際の対象物のインピーダンスとそのインピーダンスモデルとのエラーを検出する。検出結果は常にマスタへ送信されるが、大きなエラーが検出された場合にはスレーブの動作を停止させるとともにマスタに警告を発する。その場合、操作者は再度同定作業を実行するよう命令し、より正確なモデルが作成されたならば操作者は再びマスタの操作を続行する。(Fig. 5 参照)

## 5. 制御実験

### 5.1 実験装置

実験に使用したマニピュレータ<sup>2)</sup>は垂直多関節型であり3自由度を持つ。アクチュエータとしては正確な内部モデルを推定するためと精密な力制御を行うために DD (ダイレクト・ドライブ) モータを採用したダイレクト・ドライブ方式である<sup>10)</sup>。各軸とも Inland 社製の DC トルクモータを使用している。制御回路の構成は、各軸に配置した 2000 p/r のロータリエンコーダからの信号を4通倍してパソコンに送り込み、回転角度・角速度・角加速度を計算した後、各制御式に示した適当なゲインをかけてモータトルクとし、サーボアンプへ出力し電流制御を行う。プログラムはCで記述され、制御周期は 3[ms] である。

実験ではこのマニピュレータの第1軸を固定して2軸の DD ロボットとし、これを水平方向の1軸マスタマニピュレータとして用いる。また、スレーブマニピュレータ及び対象物は計算機内でシミュレーションを行う。各アームと対象物のインピーダンスを設定し、マスタマニピュレータを操作者が動かして、マスタとスレーブの運動追従性及び操作力と反力の追従性を計測する。

### 5.2 力帰還型とインピーダンス制御型の比較

Fig. 6 に力帰還型 (Fig. 6(a)), インピーダンス制御型 (双方向力情報伝送方式, 双方向運動情報伝送方式) でのマスタ・スレーブの位置と操作力・反力の時間履歴を示す。アームの目標インピーダンスの仮想慣性  $M_0$  を十分に小さくすると (本実験では  $M_0 = 0.05$  [kg] とした) 力帰還型よりインピーダンス制御型 (双方向力情報伝送方式) の方が位置・反力の追従性が良い (Fig. 6(b))。インピーダンス制御型 (双方向運動情報伝送方式) ではマスタとスレーブの位置誤差  $e$  から反力が与えられるが (Fig. 6(c)), 対象物のモデルを制御系に挿入すると位置・反力の追従性は良くなる。(Fig. 6(d)) ここで、アームと対象物の動特性を各々次のように設定している。

$$M_0 = 0.05 \text{ [kg]}, B_0 = 0.4 \text{ [N/(m/s)]}$$

$$K_0 = 0.9 \text{ [N/m]}$$

$$M = 0.2 \text{ [kg]}, B = 0.0 \text{ [N/(m/s)]},$$

$$K = 10.0 \text{ [N/m]}$$

ここで、アームの目標インピーダンスのうち仮想慣性  $M_0$  については、実験による試行錯誤により本実験装置に対して安定性を保証する最小値であることを確認している。他のインピーダンスパラメータについては 2.2 節にしたがって求めた。

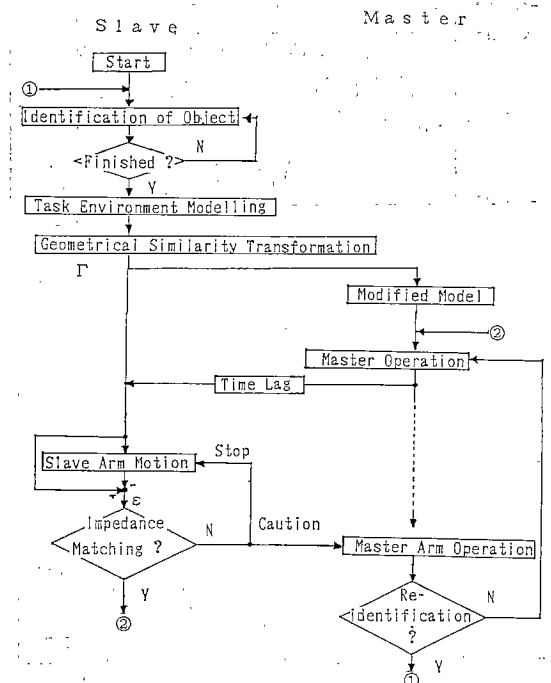


Fig. 5 Operation Flow of Impedance Controlled MSS for the System with Time Delay

5.3 伝送遅れへの対応

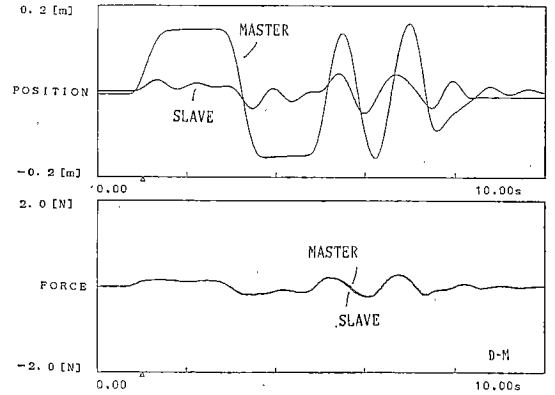
5.2と同じ条件下で0.5[s]の伝送遅れのある場合を設定する。第4章で述べた対象物の動特性を含む制御式を用いる。Fig 6(e)に示すように、スレーブはマスタに0.5[s]の伝送遅れだけ遅れて動作するが、操作者への反力は遅れなく返ることがわかる。なお、5.0[s]あるいは50.0[s]といったより大きな伝送遅れに対しても同様の結果が得られた。

6. ま と め

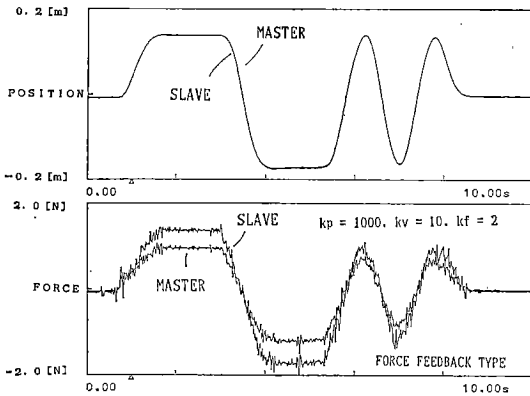
本報告は、テレグジスタンスの研究の一環として、高度の臨場感を持つマスタ・スレーブ・システムを開発することを目的としている。このシステムを構成するにあたり基本となる概念としてインピーダンス制御を採用した。環境をリアルに把握しさらに環境を制御して人間にとって理想的な臨場感を提供するシステムを目的とし、その基本部分の設計を行った。

このシステムは、マスタ・スレーブの各マニピュレー

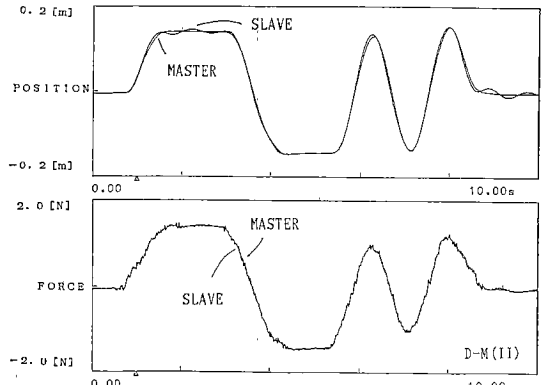
タの機械的インピーダンスを直接かつ独立に制御可能である。システムの基本型では各マニピュレータの動特性は等しく、操作者が対象物を直接操作する感覚を近似的に実現する。また、マスタ・スレーブ間で通信する情報



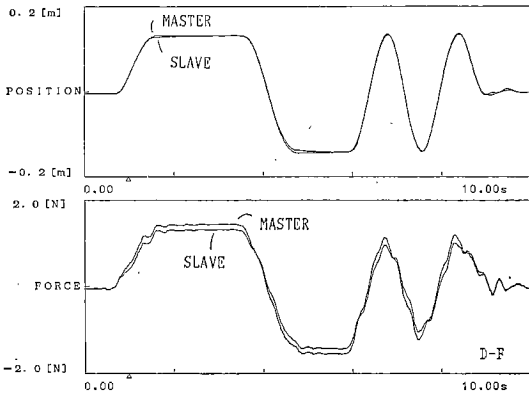
(c) Dual Motion Transmission Method without Object Model



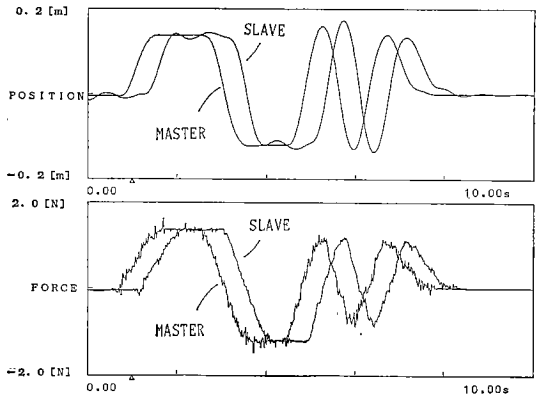
(a) Force Feedback Type



(d) Dual Motion Transmission Method with Object Model



(b) Dual Force Transmission Method



(e) Dual Motion Transmission Method with Time Delay (0.5 [s])

Fig. 6 Simulations of Force Feedback Type and Impedance Controlled MSS

を従来と比べ少なくし、制御系をより単純にしているため、実際のシステムを構築するのが容易である。さらに、本手法は従来の手法を一般化したものであるが、それだけでなく、様々な作業内容や操作環境に適應できる柔軟性をも備えている。応用例として、伝送遅れに対応できることを DD マニピュレータを用いた実験にて検証した。

## 謝 辞

日頃よりご支援頂いている機械技術研究所曾田長一郎所長、矢田恒二ロボティクス部長、阿部稔元次長に厚くお礼申し上げます。また、本研究を進めるにあたり、(株)安川電機製作所坪井定一研究所長、前波武前研究所長から多大な協力を頂いた。ここに感謝の意を表する。

## 参 考 文 献

- 1) 籠ほか：テレイグジスタンスの研究 第1報, 第21回 SICE 学術講演会予稿集, 1982.
- 2) 籠, 榊ほか：力センサを用いないダイレクト・ドライブ マニピュレータのインピーダンス制御, 日本ロボット学会誌, Vol.7, No.3, pp.175-187, 1989.
- 3) 籠, 榊：テレイグジスタンスの研究 第16報 インピーダンス制御を用いたマスタ・スレーブシステムの知的制御, 第6回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 1988.
- 4) 福田：マイクロマニピュレータのバイラテラル制御に関する研究 (インピーダンス対応型バイラテラル制御方式とマイクロマニピュレータの基本特性), 第25回 SICE 学術講演会予稿集, 1986.
- 5) 古田, 小菅ら：仮想内部モデルに基づくマスタスレーブ マニピュレータの制御, SICE 論文集, Vol.24, No.2, pp.176-182, 1988.
- 6) 吉川, 横小路：マスタスレーブシステムの操作性と安定性の解析, 第5回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 1987.
- 7) 吉川, 横小路：マスタ・スレーブマニピュレータの動的制御の提案, 第27回 SICE 学術講演会予稿集, 1988.
- 8) 藤井ほか：マスタ・スレーブシステムの適応制御, 第6回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 1988.
- 9) 吉川, 横小路：種々の介在インピーダンスを実現するマスタ・スレーブマニピュレータの動的制御の提案, 第6回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 1988.
- 10) N. Hogan: Beyond regulators: modelling control systems as physical systems, Proc. Am. Control Conf., Vol.2, pp.1468-1476, 1987.
- 11) 神徳, 谷江：モデル利用バイラテラルマスタ・スレーブ マニピュレーション 第1報 概念と基礎実験, 第6回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 1988.
- 12) N. Hogan: Impedance control part I-III, ASME Trans., March 1985.
- 13) N. Hogan: Stable execution of contact task using impedance control, Proc. IEEE Int. Conf. Rob. Autom., Vol.2, 1987.
- 14) R. J. Anderson and M. W. Spong: Bilateral control of teleoperators with time delay, IEEE Trans. Automatic Control, Vol.34, No.5, May 1989.
- 15) K. Tanie et al.: Bilateral remote control with dynamic reflection, in Proc. 4th Ro-Man-Sy, pp.296-308, 1987.
- 16) 浅田：ダイレクト・ドライブロボットの開発とその制御性能の評価, 計測自動制御学会論文集, Vol.19, No.1, pp.77-84, 1983.
- 17) B. Hannaford: A design framework for teleoperators with kinesthetic feedback, IEEE Trans. Rob. Autom., Vol.5, No.4, 1988.
- 18) J. Dudragne et al.: A generalized bilateral control applied to master-slave manipulators, 20th ISIR, pp.435-442, 1989.

## APPENDIX

## A. 従来のバイラテラル系の特徴

## 1) 力帰還型の特徴

マスタの運動方程式と制御式;

$$F_0 = M_0 \ddot{X}_m + B_0 \dot{X}_m + F_1 \quad (A-1)$$

$$F_1 = K_f(F_e - F_0) \quad (A-2)$$

スレーブの運動方程式と制御式, 及び対象物の運動方程式;

$$F_2 = M_s \ddot{X}_s + B_s \dot{X}_s + K_s X_s + F_e \quad (A-3)$$

$$F_2 = K_v(\dot{X}_m - \dot{X}_s) + K_p(X_m - X_s) \quad (A-4)$$

$$F_e = M \ddot{X}_s + B \dot{X}_s + K \delta X_s \quad (A-5)$$

とする。但し,  $K_f, K_v, K_p$  はそれぞれ力, 速度, 位置のフィードバックゲインである。マスタに返る反力は,

$$F_0 = (1 + K_f)^{-1} (M_0 \ddot{X} + B_0 \dot{X}) + (1 + K_f)^{-1} K_f F_e \quad (A-6)$$

となり, 十分に  $K_f$  が大きければ  $F_0 \approx F_e$  となるが, これは  $K_p, K_v$  を大きくすることにつながりシステムの発振を招き易い。

## 2) 力逆送型の特徴

マスタの運動方程式;

$$F_0 = M_0 \ddot{X}_m + B_0 \dot{X}_m + F_e \quad (A-7)$$

スレーブの運動方程式と制御式, 及び対象物の運動方程式;

$$F_2 = M_s \ddot{X}_s + B_s \dot{X}_s + K_s X_s + F_e \quad (A-8)$$

$$F_2 = K_v(\dot{X}_m - \dot{X}_s) + K_p(X_m - X_s) \quad (A-9)$$

$$F_e = M \ddot{X}_s + B \dot{X}_s + K \delta X_s \quad (A-10)$$

とする。マスタに返る反力は,

$$F_0 = (M_0 \ddot{X} + B_0 \dot{X}) + F_e \quad (A-11)$$

となり, 結果的にスレーブのダイナミクスは消去できるが, マスタのダイナミクスが反力に加わり力の応答は悪くなる。

## 3) 対称型の特徴

マスタの運動方程式と制御式;

$$F_0 = M_0 \ddot{X}_m + B_0 \dot{X}_m + F_1 \quad (A-12)$$

$$F_1 = K_v(\dot{X}_m - \dot{X}_s) + K_p(X_m - X_s) \quad (A-13)$$

スレーブの運動方程式と, 制御式及び対象物の運動方程式;

$$F_2 = M_s \ddot{X}_s + B_s \dot{X}_s + F_e \quad (A-14)$$

$$F_2 = K_v(\dot{X}_m - \dot{X}_s) + K_p(X_m - X_s) \quad (A-15)$$

$$F_e = M\ddot{X}_s + B\dot{X}_s + K\delta X_s \quad (\text{A-16})$$

とする。但し、簡単のためマスタとスレーブは等しいダイナミクスとフィードバックゲインを持つとする。マスタに戻る反力は、

$$F_0 = \{M_0(\ddot{X}_m + \ddot{X}_s) + B_0(\dot{X}_m + \dot{X}_s)\} + F_e \quad (\text{A-17})$$

マスタに戻る反力にはマスタとスレーブの各々の運動に対するダイナミクスが加わることがわかる。

#### B. 操作者の動特性を含めたマスタ・スレーブ・システムの制御系

操作者の動特性を次のように仮定する。

$$F_{0p} - F_0 = M_{0p}\ddot{X}_m + B_{0p}\dot{X}_m + K_{0p}X_m \quad (\text{B-1})$$

ここで、 $F_{0p}$  は操作者の筋力、 $M_{0p}$ 、 $B_{0p}$ 、 $K_{0p}$  は各々操

作者の手先の慣性行列、粘性行列、弾性行列である。これと、2.2節より本手法を代表してD-Fを採る。即ち、(B-1)、(1)~(7)より次の式を得る。

$$F_{0p} = (M_{0p} + M_0 + M)\ddot{X} + (B_{0p} + B_0 + B)\dot{X} + (K_{0p} + K_0 + K)X \quad (\text{B-2})$$

$$M_0\ddot{e} + B_0\dot{e} + K_0e = 0 \quad (\text{B-3})$$

(B-3)は(8)と同じ式でありシステム全体は操作者の動特性を制御系に加味した場合でも同様に安定化する。

また、(B-2)は筋力 $F_{0p}$ とその被操作物体(腕とマニピュレータと対象物の動特性の全体)との関係を表している。ここで、操作者の腕の動特性 $M_{0p}$ 、 $B_{0p}$ 、 $K_{0p}$ は筋肉の状態によって可変である。