

非線形ゲインを学習する逆問題解法システム

正 員 大山 英明[†] 非会員 舘 暲^{††}

Systems Solving Inverse Problems by Learning Nonlinear Gain

Eimei OYAMA[†], Member and Susumu TACHI^{††}, Nonmember

あらまし 対象となるシステムの目標出力を実現する入力値を求める問題は逆問題と呼ばれており、その解法システムを神経回路等の学習要素によって獲得する研究が行われている。直接逆モデリングや順逆モデリング等によって獲得された逆モデルを利用する手法が提案されているが、それぞれ問題がある。筆者らは、対象システムの線形化モデルの逆モデルを直接逆モデリングによって学習し、それを利用して出力誤差をフィードバックし、ニュートン法に似た反復改良により解を計算する出力フィードバック型逆モデルを提案した。解の初期値のランダム探索と組み合わせることにより、高精度の逆問題の解を計算できる。しかしながら、出力フィードバック型逆モデルへの入力値は、解の推定値の現在値と出力誤差の両方であり、その入力次元は大きく、学習に時間がかかる。また、反復改良計算の時間も長い。本論文では、非線形ゲインを学習によって獲得し、出力誤差に非線形ゲインを乗じることによって、出力誤差のフィードバック回路を形成する解法システムを提案し、その性能と学習の効果をロボットアームの逆運動学問題を解くシミュレーションによって確認する。

キーワード 神経回路, 逆問題, 出力フィードバック型逆モデル, 非線形ゲインの学習

1. ま え が き

対象となるシステムの目標出力を実現する入力値を求める問題は逆問題と呼ばれており、特性が未知の対象システムに対して、神経回路等の学習要素を利用して、逆問題を解くシステムを、学習により獲得する研究が行われている^{(1)~(4)}。直接逆モデリングや順逆モデリング等の逆モデル学習法によって獲得された逆モデルを利用して、直接的に逆問題を解く手法が提案されているが、それぞれ問題を抱えている^{(1),(2)}。筆者らは、直接的に逆モデルを学習する代わりに、対象システムの線形化モデルの逆モデルを学習し、獲得した逆モデルによって、広義のニュートン法の反復改良演算を実現し、逆問題の解を計算する出力フィードバック型逆モデルを提案した^{(3),(4)}。しかし、高精度の解を得るためには、1回の反復のために2回の学習要素の値の計算が必要であり、計算時間が大きい。また、学習要素への入力は、解の現在の推定値と出力誤差の両方であり、

入力の次元が大きく、学習に時間がかかる。

本論文では、前述の問題を解決するために、非線形フィードバックゲインを学習要素によって獲得し、出力誤差に獲得した非線形ゲインを乗じることによって、出力誤差のフィードバックを行い、反復改良によって逆問題を解く解法システムを提案する。2次元平面上の3自由度アームの逆運動学問題について、逆問題解法システムを学習する数値実験を行い、提案したシステムの性能の評価を行う。

2. 非線形ゲインを学習する逆問題解法システム

本章では、筆者らの提案した出力フィードバック型逆モデルについて述べ、問題点を指摘し、非線形フィードバックゲインを学習する新しい解法システムを提案する。

m 次元入力ベクトルを \mathbf{x} , n 次元出力ベクトルを \mathbf{y} とする。 $n \leq m$ であるとする。入出力関係が

$$\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

となるシステムについて、出力 \mathbf{y} の目標値 \mathbf{y}_d が与えられたとき、 \mathbf{y}_d を実現する入力 \mathbf{x} の値を求める逆問題を解く解法システムを神経回路等の学習要素によって獲

[†] 機械技術研究所, つくば市

Mechanical Engineering Laboratory, Tsukuba-shi, 305 Japan

^{††} 東京大学先端科学技術研究センター, 東京都

RCAST, The University of Tokyo, Tokyo, 153 Japan

得することを考える。ベクトル t を入力とする学習要素 $\Theta(t)$ を考え、その教師信号を s とする。 $\Theta(t)$ が理想的な学習要素であれば、

$$\Theta(t) = E(s) \quad (2)$$

となるように、学習が行われるものと仮定する。 $E(s)$ はベクトル s の期待値を表す。このような性質を近似的に満たす学習要素としては、例えば、バックプロパゲーション学習を行う多層神経回路⁽⁵⁾がある。

2.1 出力フィードバック型逆モデル

直接逆モデリングや順逆モデリング等の逆モデル学習法によって獲得された逆モデルを利用して、直接的に逆問題を解く手法が提案され、広く用いられているが、逆モデルの獲得に問題を抱えている⁽⁴⁾。

逆問題の解法には、逆モデルを用いる手法のほかに、局所線形化に基づく反復解法がある。次式に反復解法の一つである広義のニュートン法の更新式を示す。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}(\mathbf{x}(k))^{-1}(\mathbf{y}_d - \mathbf{f}(\mathbf{x}(k))) \quad (3)$$

k は反復回数であり、 $\mathbf{A}(\mathbf{x})^{-1}$ は対象システム $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ のヤコビ行列 $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ の一般化逆行列である。この手法は、解の初期値のランダム探索と組み合わせることによって、逆問題の高精度の解を計算できる。

著者らは、このような反復解法システムを学習によって獲得する手法を提案した^{(3),(4)}。この解法システムは、対象システムの入出力の微小変化の関係

$$\Delta \mathbf{y} \doteq \mathbf{A}(\mathbf{x}) \Delta \mathbf{x} \quad (4)$$

に着目し、学習要素 $\Phi(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{y})$ を利用して、 $\Delta \mathbf{y}$ が微小な範囲に関して、式(4)の逆モデルを学習する。学習要素 $\Phi(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{y})$ の教師信号を $\Phi(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{y})$ とすると、式(4)の $\Delta \mathbf{x}$ を利用して、

$$\Phi(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{y}) = \Delta \mathbf{x} \quad (5)$$

とすることにより、

$$\Phi(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{y}) \doteq E(\Delta \mathbf{x}) = \mathbf{A}(\mathbf{x})^{-1} \Delta \mathbf{y} \quad (6)$$

を得る(付録1参照)。この学習要素を利用して、出力誤差のフィードバック回路 $\Psi(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{y}_d)$ を構成する。

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{y}_d) &= \Phi(\mathbf{x}, H \Delta \mathbf{y}_d) / H \doteq \mathbf{A}(\mathbf{x})^{-1} \Delta \mathbf{y}_d \\ &= \mathbf{A}(\mathbf{x})^{-1} (\mathbf{y}_d - \mathbf{f}(\mathbf{x})) \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 H は十分小さな係数である。 $\Psi(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{y}_d)$ を利用して、システムの入力の現在値 $\mathbf{x}(k)$ を次のように更新する。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{x}(k) + \Psi(\mathbf{x}(k), \Delta \mathbf{y}_d(k)) \\ &\doteq \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}(\mathbf{x}(k))^{-1} (\mathbf{y}_d - \mathbf{f}(\mathbf{x}(k))) \end{aligned} \quad (8)$$

これが提案法の基本動作であり、式(3)の広義のニュートン法を近似的に実現している^{(3),(4)}。但し、式(8)では、高精度の解を得ることはできない。そのため、現在、

次式のように改良している。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + \Psi(\mathbf{x}(k), \Delta \mathbf{y}_d(k)) - \Psi(\mathbf{x}(k), 0) \quad (9)$$

この解法システムは通常の逆モデルとは言えないが、反復改良の結果、逆問題の解を計算するので、このシステムを出力フィードバック型逆モデルと呼んでいる。

2.2 非線形ゲインを学習する逆問題解法システム

式(9)の出力フィードバック型逆モデルにおいて、1回の反復改良演算を行うためには、2回の学習要素 $\Phi(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{y})$ の値の計算が必要になる。通常の計算機では、非線形学習要素の計算に大きな時間がかかり、1回の反復にかかる時間は大きい。また、 $\Phi(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{y})$ には、出力誤差 $\Delta \mathbf{y}_d$ と対象システムへの入力の現在値 \mathbf{x} の両方に関する情報が必要であり、学習要素への入力次元は大きい。連続関数を近似する学習要素は、通常、入力空間の全域で学習を行うため、入力次元の増加は学習すべき教師データならびに学習時間の増大を招く。本論文の目的は、この問題の解決法を提案することである。

出力フィードバック回路の出力は、式(6)に示すように、次式のような非線形ゲイン $\mathbf{K}(\mathbf{x})$ と出力誤差 $\Delta \mathbf{y}_d$ との積を近似している。

$$\mathbf{K}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}(\mathbf{x})^{-1} \quad (10)$$

よって、学習する対象を非線形ゲイン $\mathbf{K}(\mathbf{x})$ に限定すれば、学習要素への入力は \mathbf{x} の現在値のみであり、出力誤差フィードバック回路の学習要素 $\Phi(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{y})$ に比べて、入力の次元が小さくなる⁽⁶⁾。出力の次元は $\Phi(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{y})$ に比べて n 倍に増加するが、特にオフライン学習において、教師データを削減できる。学習に必要な教師データ数の問題については、3.で述べる。

提案した解法システムの基本動作は、次のように広義のニュートン法を近似している。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{x}(k) + \mathbf{K}(\mathbf{x}(k)) (\mathbf{y}_d - \mathbf{f}(\mathbf{x}(k))) \\ &\doteq \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}(\mathbf{x}(k))^{-1} (\mathbf{y}_d - \mathbf{f}(\mathbf{x}(k))) \end{aligned} \quad (11)$$

式(9)や式(11)の反復解法システムの構造的特徴の一つは、システムの中に出力誤差のフィードバックループを含むことである。これより学習効果にモデル化誤差が存在しても、一定の範囲内であれば、精度の高い逆問題の解を得ることができる。非線形ゲイン $\mathbf{K}(\mathbf{x})$ が、次式を満たせば、適当な初期値から反復を繰り返すことにより、高精度の解を得ることができる。

$$\| \mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{x}) \mathbf{K}(\mathbf{x}) \| < 1 \quad (12)$$

提案した手法を具体化するための非線形ゲイン $\mathbf{K}(\mathbf{x})$ の構成法には、学習要素によってヤコビ行列 $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ の逆

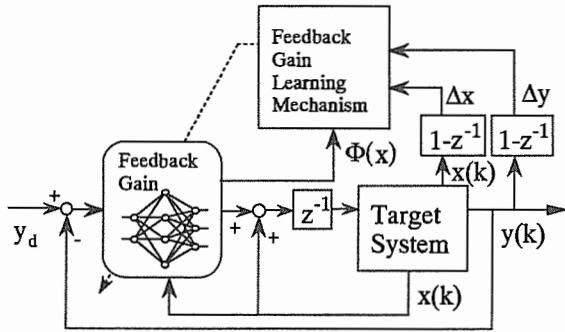


図1 直接ゲイン学習方式
Fig. 1 Direct gain learning.

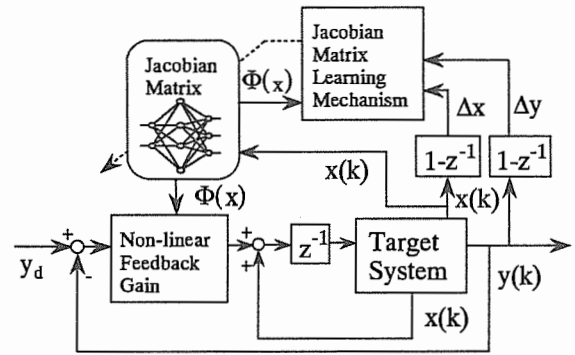


図2 間接ゲイン学習方式
Fig. 2 Indirect gain learning.

行列や一般化逆行列を直接学習する方式と、学習要素によってヤコビ行列 $A(x)$ を学習し、それを用いて逆行列や擬似逆行列を計算する方式が考えられる。前者を直接ゲイン学習方式、後者を間接ゲイン学習方式と呼ぶことにする。これら2種の方式には、それぞれ長短がある。直接ゲイン学習方式は、間接ゲイン学習方式に比べて、学習のための計算量はわずかながら大きい。逆問題の解の計算時には、非線形ゲインの計算が高速に行える。一方、間接ゲイン学習方式は、学習が容易に行える反面、解の計算時には、非線形ゲインの計算に時間を要する。

図1に、直接ゲイン学習方式の構成を示す。図中の神経回路の模式図で表される要素が、学習要素を表している。直接ゲイン学習方式では、学習要素によってヤコビ行列 $A(x)$ の一般化逆行列 $A(x)^*$ を直接学習する。学習要素の出力 $\Phi(x)$ が m 行 n 列の行列であるとすると、

$$\Phi(x) \doteq A(x)^* \quad (13)$$

となるように学習を行い、非線形ゲインを次式のように構成する。

$$K(x) = \Phi(x) \quad (14)$$

図2に、間接ゲイン学習方式の構成を示す。学習要素により構成される学習要素の出力 $\Phi(x)$ が、 n 行 m 列の行列であるとすると、

$$\Phi(x) \doteq A(x) \quad (15)$$

のようにヤコビ行列を学習し、続いて、その擬似逆行列 (Moore-Penrose の一般化逆行列)

$$\Phi(x)^\# = \Phi(x)^T (\Phi(x) \Phi(x)^T)^{-1} \quad (16)$$

を数値計算により求め、非線形ゲインを次式のように構成する。

$$K(x) = \Phi(x)^\# \quad (17)$$

このようなゲイン学習方式の構成では、1回の学習要素 $\Phi(x)$ の計算によって、1回の反復改良を行うこと

ができる。通常、非線形学習要素の値の計算に比べれば、式(11)や式(16)の計算量は小さいので、出力フィードバック型逆モデルよりも短い時間で反復改良を行うことが可能である。

ところで、提案した手法においては、解の計算は局所的なこの配情報に基づいており、真の解に収束する保証はない。局所最適解に収束した場合や、 x の定義域外に x の計算値が外れてしまった場合には、初期値を変更して、再び計算を行う必要がある。そこで、 ρ を目標出力誤差とし、 μ を十分小さい正の定数として、

$$\begin{aligned} |x(k)| &> \rho \\ |x(k+1) - x(k)| &\leq \mu |x_d - x(k)| \end{aligned} \quad (18)$$

が、成立する場合には、局所最適解に収束したものとみなし、初期値を乱数によって変更し、再計算を行う。

3. 非線形ゲインの学習法

本章では、2.で提案した2種類の方式について、システムの動作中に観測される入力の微小変位 Δx とそれに対応する出力の変位 Δy から教師信号を生成する手法を示す。

3.1 直接ゲイン学習方式の教師信号

直接ゲイン学習方式の学習要素の出力 $\Phi(x)$ は、 m 行 n 列の行列とする。まず、オフライン学習を行う場合の教師信号の構成法について述べる。いろいろな入力 x において、 x の各成分を順に微小変化させたときの対象システムの出力 y の微小変化を観測すれば、差分近似により、ヤコビ行列 $A(x)$ の近似値を得ることができ、こうして得た $A(x)$ の近似値の擬似逆行列を計算し、 $\Phi(x)$ の教師信号として利用できる。

オフライン学習において必要な教師データの数を考える。学習は学習要素の入力空間の全域で行われる必要があるため、入力空間の各座標を $V-1$ 個 ($V \geq 2$) に

分割する格子上の各格子点において、学習を行うものとする、必要な教師データの数は、出力フィードバック型逆モデルでは V^{m+n} である。一方、今回提案した非線形ゲインのみを学習する方式では V^n である。一つの教師データは、学習要素の出力に対応する教師信号ベクトルをもつことから、非線形ゲインを学習するための教師信号ベクトルの次元の総和と出力フィードバック型逆モデルのそれとの比は n/V^n であり、 V が増加するにつれ、提案法が有利になる。

続いて、オンライン学習の場合の教師信号について述べる。学習は入力の変化 Δx が十分小さいときのみ行われるものとして、学習要素 $\Phi(x)$ の教師信号

$$\Phi(x)' = \Phi(x) + \alpha(\Delta x - \Phi(x)\Delta y)\Delta y^T / (|\Delta x| |\Delta y|) \quad (19)$$

を提案する⁽⁶⁾。 α は十分小さな正の数とする。右辺第2項には、ほかにもいろいろなとり方があるが、数値的な安定性を考慮し、また、数値シミュレーションでの経験から、このように定めた。

解法システムの学習性能を評価するために、式(12)に着目し、以下のような行列 $B(x)$ を定義する。

$$B(x) = I - A(x)K(x) \quad (20)$$

$B(x)$ が小さければ、 $K(x)$ は $A(x)$ の一般化逆行列に近いと考えられる。式(19)の両辺に $A(x)$ を乗じ、式(4)を利用すると、次式を得る。

$$I - A(x)\Phi(x)' \doteq B(x)(I - \alpha'\Delta y\Delta y^T) \quad (21)$$

α' は次式のように定義され、 α が十分小さければ、同様に十分小さい数となる。

$$\alpha' = \alpha / (|\Delta x| |\Delta y|) \quad (22)$$

ここで、

$$B(x)' = I - A(x)\Phi(x)' \quad (23)$$

とする。式(21)の両辺のフロベニウスノルムの2乗に着目し、 α' が十分小さいということを考慮すると、

$$\begin{aligned} |B(x)'|_F^2 &= \text{tr}(B(x)'\Phi(x)'\Phi(x)B(x)) \\ &= |B(x)|_F^2 \\ &\quad - (2 - \alpha' |\Delta y|^2) \alpha' |B(x)\Delta y|_F^2 \\ &\leq |B(x)|_F^2 \end{aligned} \quad (24)$$

を得る。

$$B(x)\Delta y = 0 \quad (25)$$

でない限り、 $B(x)'$ のフロベニウスノルムは $B(x)$ よりも減少し、解法システムの性能が向上することがわかる。

求解計算時においては、入力 x の修正量 Δx が、そのときの出力誤差 Δy_d に応じて次式のように定まる。

$$\Delta x = \Phi(x)\Delta y_d \quad (26)$$

よって、 $\Phi(x)$ が $A(x)$ の一般化逆行列に一致した場合、

$$\begin{aligned} \Phi(x)' - \Phi(x) & \\ & \doteq \alpha' \Phi(x)B(x)\Delta y_d(A(x)\Phi(x)\Delta y_d)^T \\ & = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

であり、 $\Phi(x)$ は、非線形性の影響を無視すれば、一定値に収束する。但し、収束する一般化逆行列の値は、学習要素の初期状態に依存し、実際に学習を行って見なければわからない。また、その結果とオフライン学習の結果は、通常一致しない。これは、直接ゲイン学習方式の問題点である。

3.2 間接ゲイン学習方式の教師信号

間接ゲイン学習方式の学習要素の出力 $\Phi(x)$ を、 n 行 m 列の行列とする。オフライン学習においては、3.1のオフライン学習の手法によってヤコビ行列を推定し、それを教師信号とする。オフライン学習における教師データ数は、3.1で述べた直接ゲイン学習方式と同様、出力フィードバック型逆モデルよりも小さく、有利である。

続いて、オンライン学習法について述べる。対象システムを動作させているとき、その入力の変化 Δx が十分小さいときのみ学習が行われるものとする。学習要素の出力 $\Phi(x)$ の教師信号 $\Phi(x)'$ は、Broydenの準ニュートン法における近似ヤコビ行列の更新式⁽⁷⁾を利用して、次式によって計算する⁽⁶⁾。

$$\Phi(x)' = \Phi(x) + (\Delta y - \Phi(x)\Delta x)\Delta x^T / |\Delta x|^2 \quad (28)$$

学習によって、学習要素が教師信号 $\Phi(x)'$ を完全に実現できるものと仮定すると、直交する m 個の Δx について学習を行えば、 $\Phi(x)$ は $A(x)$ に一致する。また、解の近傍においては、Broydenの準ニュートン法は超1次収束するが、同様に本方式でも超1次収束する。但し、現在用いられている学習要素には、毎回の教師信号を完全に実現できるものは存在しないため、実際にはこれらの特徴は成立しない。

式(28)の両辺より $A(x)$ を減じると、式(4)より、

$$\begin{aligned} \Phi(x)' - A(x) & \\ & \doteq (\Phi(x) - A(x))(I - \Delta x\Delta x^T / |\Delta x|^2) \end{aligned} \quad (29)$$

を得る。両辺のフロベニウスノルムに着目すると、

$$\begin{aligned} |\Phi(x)' - A(x)|_F^2 &= |\Phi(x) - A(x)|_F^2 \\ &\quad - |(\Phi(x) - A(x))\Delta x|_F^2 / |\Delta x|^2 \\ &\leq |\Phi(x) - A(x)|_F^2 \end{aligned} \quad (30)$$

であり、

$$(\Phi(x) - A(x))\Delta x = 0 \quad (31)$$

でない限り、ヤコビ行列の近似誤差は、教師信号の方

が小さい。

逆問題の求解計算時においては、そのときの出力誤差を $\Delta y_d(k)$ とすると、

$$\begin{aligned} \Delta x &= \Phi(x(k)) \Delta y_d(k) \\ \Delta y_d(k+1) &= \Delta y_d(k) - \Delta y \end{aligned} \quad (32)$$

であり、式(28)は、

$$\Phi(x(k))' = \Phi(x(k)) - \Delta y_d(k+1) \Delta x(k)^T / |\Delta x(k)|^2 \quad (33)$$

となる。この右辺第2項の計算は容易である。

4. シミュレーション

提案法の評価のために、図3に示す2次元平面上の3自由度アームの逆運動学問題の解法システムを獲得するシミュレーションを行う。

比較のために、直接ゲイン学習方式、間接ゲイン学習方式という提案方式に加えて、出力フィードバック型逆モデル、および数値解法方式を用意する。数値解法方式は学習要素を使用せず、ヤコビ行列の擬似逆行列を数式モデルから計算によって求めたものである。以下、図中では、直接ゲイン学習方式をDGL、間接ゲイン学習方式をIGL、出力フィードバック型逆モデルをOFIM、数値解法をNMと略す。

4.1 対象システム

アームの関節角 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ とそのアーム先端位置 $x = (x, y)$ の関係 $x = f(\theta)$ を

$$\begin{aligned} x &= L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ y &= L_1 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \end{aligned} \quad (34)$$

とする。 L_1 を 0.3 (m)、 L_2 を 0.25 (m)、 L_3 を 0.15 (m) とし、 θ_1 の可動範囲を $(-30^\circ, 120^\circ)$ 、 θ_2 の可動範囲を $(0^\circ, 150^\circ)$ 、 θ_3 の可動範囲を $(-30^\circ, 30^\circ)$ とする。このようなアームに対し、先端位置 x を実現する θ を計算す

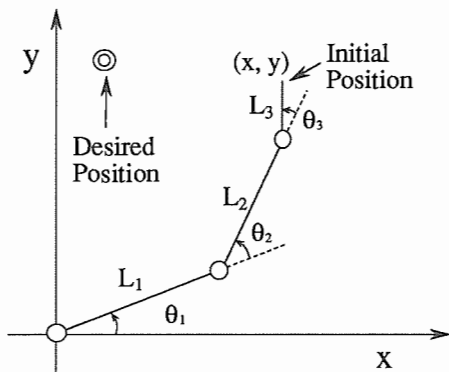


図3 アームの構成
Fig. 3 Configuration of arm.

る逆運動学問題を考える。

逆運動学問題の求解試行について述べる。まず一様乱数によって関節角ベクトルを発生させ、そのときのアーム先端位置を目標値として定める。次に再び一様乱数によって関節角ベクトルを発生させ、それを反復解法の初期値とする。これらの目標値と初期値の組に対して、解法システムを動作させ、反復改良による解の計算を試みる。反復中に、関節角のストロークエンドを超えてしまうような計算値が出力された場合は、その関節角のストロークエンドの値をとって、計算値を修正する。また、局所解に陥った場合には、初期値を乱数によって変更し、再計算を行う。再計算においては、反復回数を0に戻すことはせず、初期値変更の時点の反復回数に、再計算後の反復回数を加算していく。出力誤差が目標値以下になるか、反復回数が一定の回数を超えるまで、反復演算を継続し、これを1回の求解試行とする。

解法システムの性能の評価は、求解試行における出力誤差が目標値以下に収束する確率とそのために必要な反復回数の平均値によって行う。これらの値を厳密に求めることは難しいが、多数回の求解試行を行い、平均をとることによって近似的に求める。求解試行の出力目標値と関節角ベクトルの初期値は乱数によって定める。収束確率が高く、反復回数が少ない解法システムが、高性能であると言える。

4.2 シミュレーションの諸条件

局所解に陥ったかどうかを判断する条件は、式(18)が成立することとし、 ρ を目標出力誤差とし、 μ は 1.0×10^{-2} とする。反復回数が1,000回を超えたものは、収束しなかったものとする。また、出力フィードバック型逆モデルにおいては、式(7)の係数 H は、0.1とする。

シミュレーションでは、4層からなる神経回路を用いる。中間層を構成する第2層と第3層に、シグモイド関数で記述される入出力特性をもった非線形のニューロンを配置し、入力層と出力層は線形ニューロンとする。ゲイン学習方式の神経回路は入力層より順に、3, 15, 15, 6個のニューロンによって構成される。回路の含むパラメータ数は396個である。出力フィードバック型逆モデルの神経回路は入力層より、5, 15, 15, 3個のニューロンによって構成される。回路の含むパラメータ数は378個である。反復1回にかかる計算時間は、ワークステーション(シリコン・グラフィクス社製, IRIS-Crimson, R4000, 60 MHz)の場合、直接ゲイン学習方式は $221 \mu s$ 、間接ゲイン学習方式は $286 \mu s$ 、

出力フィードバック型逆モデルは $362 \mu\text{s}$ である。ゲイン学習方式は、より高速に反復改良計算を行うことができる。

4.3 オフライン学習

提案法の有効性を評価するために、まず、オフライン学習によって、解法システムを獲得するシミュレーションを行う。

非線形ゲインの学習においては、 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ 空間をそれぞれの軸について7分割し、分割によって形成される計 512 個の格子点について、ヤコビ行列またはその擬似逆行列を求め、教師信号とする。出力フィードバック型逆モデルについては、関節角空間に加えて、出力誤差 $\Delta \mathbf{y} = (\Delta x, \Delta y)$ も入力とする。出力誤差空間の学習すべき領域を $\Delta x, \Delta y$ とともに $(-0.25, 0.25)$ とし、それぞれの変数について領域を7分割して、2次元の出力誤差空間上に64個の格子点をとる。学習要素の入力空間全体で計 $512 \times 64 = 32,768$ 個の格子点を取り、各点について、式(4)の右辺を計算し、教師信号とする。三つの方式すべて、共役こう配法を用いて、神経回路のパラメータを調整し、神経回路のオフライン学習を行う(文献(8)参照)。共役こう配法においては、10回の反復ごとに、修正ベクトルの方向を最急降下方向にとるようにする。

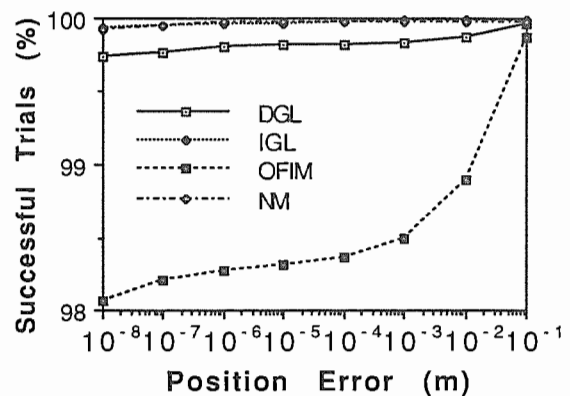
共役こう配法の反復100回にかかった時間は、ワークステーションにて、直接ゲイン学習方式が3分59秒、間接ゲイン学習方式4分27秒、出力フィードバック型逆モデルが、181分25秒であり、ゲイン学習方式の計算時間は出力フィードバック型逆モデルの40分の1である。なお、出力フィードバック型逆モデルのオフライン学習時間は、 $(\Delta x, \Delta y)$ の分割数を減らすことによって、減少させることができるが、その場合、解法システムとしての性能が低下することが、後述の性能評価のための数値実験により確認されている。

連続関数の学習では、全入力空間よりサンプリングされた点について学習を行う場合、学習に用いた点の誤差の2乗和の減少は保証されているが、それ以外の領域の誤差は必ずしも減少するとは限らない。そのため、共役こう配法の反復を10回行うごとに、1,000回の求解試行を行い、出力誤差が 10^{-4} m 以下になる確率とそのために必要な反復回数の平均値を求め、性能が最も良い時点の神経回路のパラメータを、オフライン学習の学習結果とする。

直接ゲイン学習方式は約200回の反復で、収束する確率がほぼ最大、必要な反復回数はほぼ最小になり、

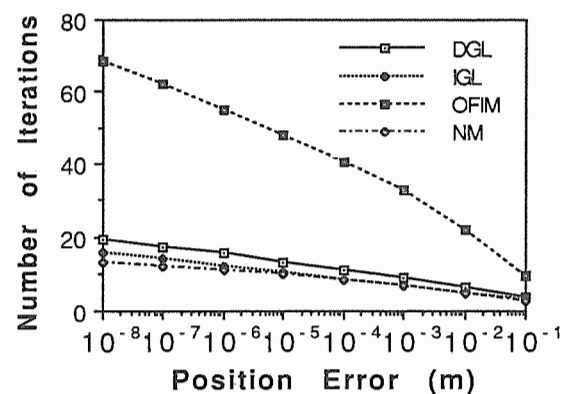
その後性能が低下する。間接ゲイン学習方式は約300回の反復で直接ゲイン学習方式の性能を超え、その後も反復1,000回まで性能が徐々に向上する。出力フィードバック型逆モデルの場合は、約200回の反復によって、性能が最高になるが、その後低下する。

図4に、それぞれの解法システムについて、出力誤差の目標値を、 $10^{-1} \text{ m}, 10^{-2} \text{ m}, \dots, 10^{-8} \text{ m}$ と変えたときの、出力誤差が目標値以下となる確率と必要な反復回数を示す。直接ゲイン学習方式は共役こう配法の反復200回の時点での神経回路のパラメータ値を用い、間接ゲイン学習方式は反復1,000回の時点での値、出力フィードバック型逆モデルは反復200回の時点での値を用いた。性能評価のために、10,000回の逆問題の求解試行を行っている。出力誤差の目標値を 10^{-4} m とおいたときの、1回の求解試行にかかる時間の平均値は、直接ゲイン学習方式で2.6 ms、間接ゲイン学習方式で2.2 ms、出力フィードバック型逆モデルで19.9 msであった。この時間には、解を求めるのに失敗した試行



(a) 真の解に収束する確率

(a) Percentage of successful trials



(b) 必要な反復回数

(b) Required number of iterations

図4 オフライン学習による解法システムの性能
Fig. 4 Performance of systems after offline learning.

の影響が大きかった。性能は、数値解法、間接ゲイン学習方式、直接ゲイン学習方式、出力フィードバック型逆モデルの順に良い。二つのゲイン学習方式の性能は、数値解法の性能に近い。オフライン学習においては、3.での議論のとおり、提案法によって、大きく性能が改善されることが判明した。

出力フィードバック型逆モデルとゲイン学習方式は1次収束するのに対し、数値解法は2次収束するため、目標出力誤差が小さくなると、数値解法が圧倒的に有利になるはずであるが、著しい性能の差が見られないのは、大部分の試行においては、非線形性の影響のため、2次収束する段階に到達しないためと考えられる。

4.4 オンライン学習

オフライン学習に続いて、オンライン学習のシミュレーションを行う。

オンライン学習においては、逐次型のバックプロパゲーション法を用いる。i回目のオンライン学習時における神経回路の出力を $\Phi(i)$ 、教師信号 $\Phi(i)'$ 、誤差評価関数を

$$S(i) = |\Phi(i)' - \Phi(i)|^2 \quad (35)$$

とし、神経回路の一つの結線の結合荷重を w とする。i回目の学習時における w の修正量 $\Delta w(i)$ は、バックプロパゲーション法⁽⁵⁾によって、

$$\Delta w(i) = \beta \partial S(i) / \partial w + \gamma \Delta w(i-1) \quad (36)$$

のように計算される。直接ゲイン学習方式では、バックプロパゲーション法の係数 β を、式(19)の学習係数 α を考慮し、

$$\alpha\beta = 0.001 \quad (37)$$

となるように定める。間接ゲイン学習方式では、 β を0.1とし、出力フィードバック型逆モデルでは、0.1とする。これらの係数の値は、 γ を0.5として、 β を1.0, 0.1, 0.01, ..., 0.00001と変化させたとき、最も高速に性能が向上しているものを選んだ。

オンライン学習では、反復過程における関節角ベクトル θ の修正量 $\Delta\theta$ が、

$$|\Delta\theta| < 0.25 \text{ (rad)} = 14.3^\circ \quad (38)$$

であるときのみ、学習要素の学習を行う。ゲイン学習方式においては、式(19)および式(28)を用いる。出力フィードバック型逆モデルについては、式(5)を用いる。但し、 $|\Delta\theta|$ が非常に小さい場合に集中して学習が行われ、学習速度が低下する傾向があるため、

$$|\Delta\theta| < 0.025 \text{ (rad)} \quad (39)$$

を満たす場合には、一様乱数 ω を利用して、次式のように、新たに位置変化 $\Delta x'$ を定め、 $\Phi(\theta, \Delta x')$ の教師

信号を $\Delta\theta'$ として学習を行う。

$$\Delta x' = \zeta \Delta x$$

$$\Delta\theta' = \zeta \Delta\theta$$

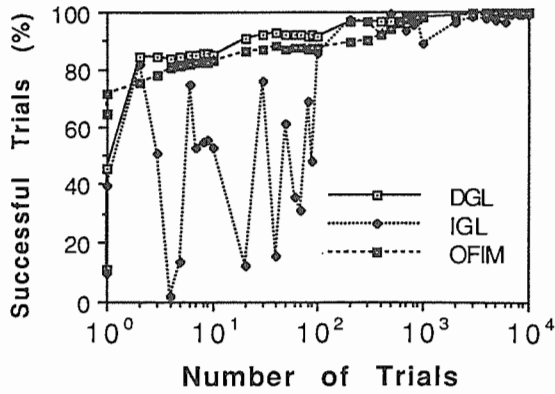
$$\zeta = 0.25 \omega / |\Delta\theta| \quad (40)$$

逆問題を解く試行を行いつつ、学習要素の学習を行い、解法システムの性能の変化を調べるシミュレーションを行う。逆運動学問題を解く試行を繰り返すにつれて解法システムの性能がどのように変化するかを図5に示す。図5の各グラフの横軸は、解法システムが学習を行いつつ行った求解試行の回数である。図5の(a)に、アーム先端位置誤差が、 10^{-4} m以下となる確率の変化を示し、(b)に必要な反復回数の変化を示す。(c)に学習要素の学習回数の増加の様子を示す。(a)の確率は、学習を行わない求解試行を1,000回行うことにより求めた。

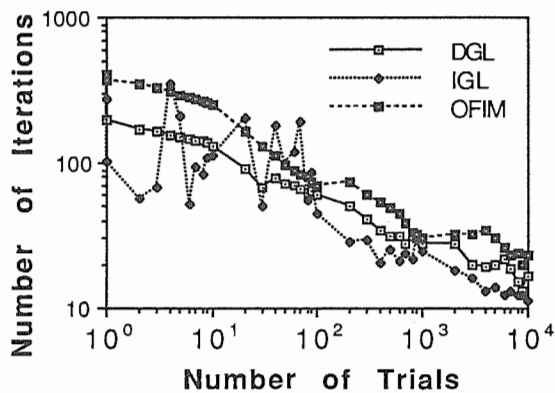
シミュレーションの結果、逆問題の求解試行を繰り返すにつれて、解法システムの性能が向上することが確認された。初期段階では、直接ゲイン学習方式、出力フィードバック型逆モデルは、間接ゲイン学習方式よりも性能が良いが、求解試行の回数が100回を超えたころから、間接ゲイン学習方式の方が、他の方式に比べ性能が良くなり、直接ゲイン学習方式がこれに続いている。初期段階を除いて、ゲイン学習方式が学習により高速に性能が向上することが判明した。出力フィードバック型逆モデルは、オフライン学習時よりも大きく性能が向上している。ゲイン学習方式は、オフライン学習時よりも性能がわずかながら低下している。ゲイン学習方式と出力フィードバック型逆モデルとの性能の差は、オフライン学習の場合ほど大きくない。

初期状態において、間接ゲイン学習方式は、1回の求解試行で行われる学習の回数が、他の方式よりも少ない。これは、初期状態の学習要素によって計算される関節角の修正量 $\Delta\theta$ が条件式(38)を満たすことが少ないためである。直接探索を行い、過大な $\Delta\theta$ をとらないようにすれば、学習回数が増えるため、より高速に性能が向上するものと期待できる。

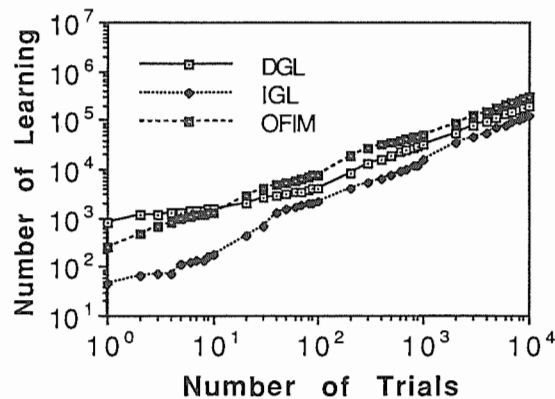
続いて、逆運動学問題の求解試行を10万回繰り返した時点において、各解法システムの性能評価を行う。直接ならびに間接ゲイン学習方式によって解を計算する際のアームの動きの一例を図6、図7に示す。図中の二重丸がアーム先端の目標位置であり、アーム先端に付けた数字は、反復改良演算の回数である。反復回数0(初期位置)から4までの状態を示している。数値



(a) 真の解に収束する確率
(a) Percentage of successful trials



(b) 必要な反復回数
(b) Required number of iterations



(c) 学習回数
(c) Number of learning

図5 オンライン学習のシミュレーション結果
Fig. 5 Simulation results of online learning.

解法を利用した場合のアームの動きや4.2のオフライン学習によって学習を行った二つのゲイン学習方式のアームの動きは、図7に非常によく似ている。

図8に、アーム先端位置誤差が目標値以下となる確率と必要な反復回数を示す。この確率は、求解試行を

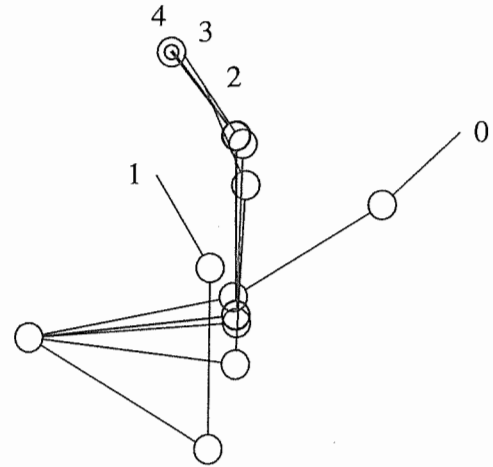


図6 収束の様子(直接ゲイン学習方式)
Fig. 6 Convergence Process.
(Direct gain learning)

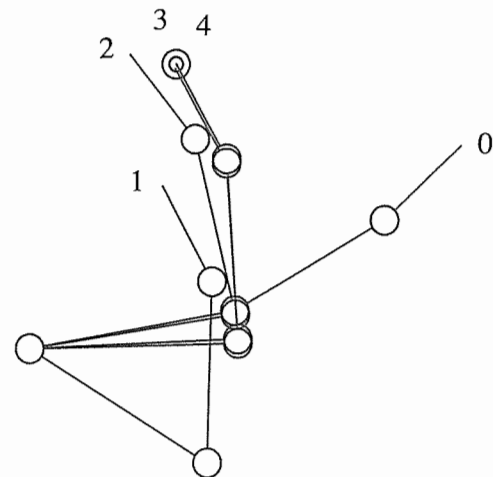
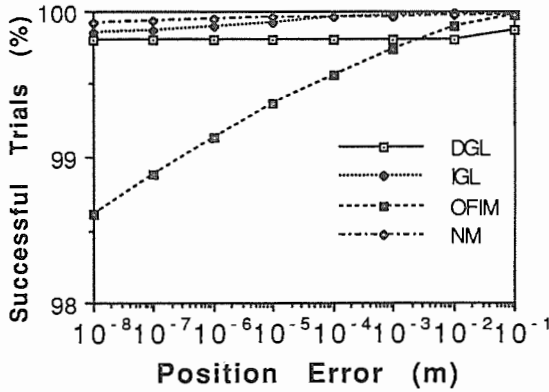


図7 収束の様子(間接ゲイン学習方式)
Fig. 7 Convergence process.
(Indirect gain learning)

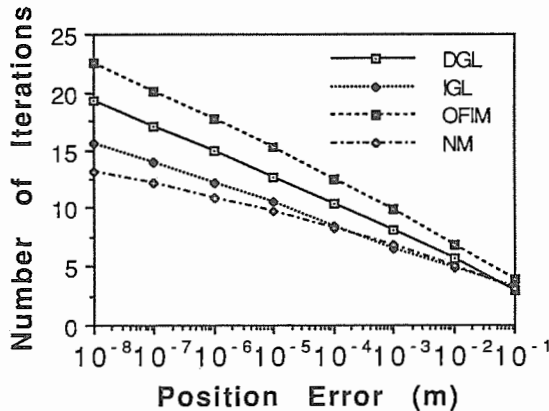
1万回行うことにより求めた。出力誤差の目標値を 10^{-4} mとおいたときの、1回の試行にかかる時間の平均値は、直接ゲイン学習方式で3.2 ms、間接ゲイン学習方式で2.9 ms、出力フィードバック型逆モデルで7.8 msであった。

最終的な解法システムの性能では、収束の確率においても、反復回数においても、数値解法、間接ゲイン学習方式、直接ゲイン学習方式、出力フィードバック型逆モデルの順で、性能が良い。本論文で提案したゲイン学習方式は、高精度な解を要求される場合には、特に有利である。

間接ゲイン学習方式は反復1回当たりの計算量の点において、直接ゲイン学習方式よりも不利であるが、反復回数においては有利であり、その性能は、数値解法



(a) 真の解に収束する確率
(a) Percentage of successful trials



(b) 必要な反復回数
(b) Required number of iterations

図8 オンライン学習による解法システムの性能
Fig. 8 Performance of systems after online learning.

に非常に近い。一般に、四則演算は高速に行えるので、間接ゲイン学習方式が、有利であると考えられる。

5. むすび

学習要素によってフィードバック回路の非線形ゲインを学習することによって、逆問題を高精度で解く解法システムを提案した。オフライン学習において、高速に学習を行うことが可能であり、また、オンライン学習によって、実際に求解試行を繰り返すうちに、システムの性能を向上させることが可能であることを、シミュレーションにより確認した。

実際に用いられている学習要素を用いた場合のオンライン学習の学習特性、学習係数の最適化、求解計算における直線探索の利用、初期値計算のための逆モデルの利用等は、別論文で発表する予定である。

謝辞 論文作成に協力して下さった機械技術研究所ロボット工学部パイオロボティクス課谷江和雄課長、ならびに荒井裕彦氏に深謝します。

文 献

- (1) Jordan M. I. : "Supervised learning and systems with excess degrees of freedom", COINS Technical Report, 88-27, pp. 1-41 (1988).
- (2) Kawato M., Furukawa K. and Suzuki R. : "A Hierarchical neural-network model for control and learning of voluntary movement", Biol. Cybern., 57, pp. 169-185 (1987).
- (3) 大山英明, 舘 暉 : "ビジュアルフィードバックについての一考察", 第5回生体生理学工学シンポジウム, pp. 141-144 (1990).
- (4) Oyama E. and Tachi S. : "A Study of Human Hand Position Control Learning—Output Feedback Inverse Model", Proc. of International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN'91 Singapore), pp. 1434-1443 (1991).
- (5) Rumelhart D. E., Hinton G. E. and Williams R. J. : "Learning Internal Representation by Error Propagation", Parallel Distributed Processing, D. E. Rumelhart and J. L. MacClelland and the PDP Research Group ed., pp. 318-326, MIT Press (1986).
- (6) 大山英明, 舘 暉 : "神経回路による冗長マニピュレータの逆キネマティクス問題の解法", 第31回計測自動制御学会学術講演会予稿集, pp. 695-696 (1992).
- (7) Broyden C. G. : "A Class of Methods for Solving Nonlinear Simultaneous Equations", Math. Comp., 19 (1965).
- (8) 瀬戸山徹, 川人光男, 鈴木良次 : "神経回路モデルの新学習アルゴリズムと運動制御への応用", 信学技報, MBE88-170 (1989).

付 録

出力フィードバック型逆モデルの学習

対象システムの線形化モデルの逆モデル

$$\Delta x = A(x)^* \Delta y \tag{A.1}$$

を学習によって獲得することを考える。一般のシステムの入力の微小変化 Δx とそれに対応する微小変化 Δy には、

$$\Delta y \doteq A(x) \Delta x \tag{A.2}$$

のような関係が成立する。まず、その逆モデルを学習要素 $\Phi(x, \Delta y)$ によって獲得する。式(A.2)を満たすベクトル Δx は、 x と Δy を利用して、

$$\Delta x \doteq A(x)^* \Delta y + (I - A(x)^* A(x)) u \tag{A.3}$$

と書くことができる。 $A(x)^*$ は $A(x)$ の一般化逆行列であり、 $A(x)$ の擬似逆行列 $A(x)^\#$ と、 m 行 m 列の行列 $G(x)$ を利用して、次式のように表される。

$$A(x)^* = A(x)^\# + (I - A(x)^\# A(x)) G(x) \tag{A.4}$$

u は Δy と無相関の m 次元ベクトルである。ここでは、 Δy が微小であることを考慮し、 Δy の2次以上の項を

無視している。

学習要素 $\Phi(x, \Delta y)$ の教師信号として、式(A・2)の Δx を利用する。 Δy に対応する Δx を Δx^* とし、その平均値を $E(\Delta x^*)$ とすると、

$$\begin{aligned}\Phi(x, \Delta y) &\doteq E(\Delta x^*) \\ &= A(x)^* \Delta y + (I - A(x)^* A(x)) E(u)\end{aligned}\quad (\text{A} \cdot 5)$$

を得る。 $\Phi(x, \Delta y)$ は Δy が小さい領域では、システムの線形化モデルの逆モデルである。

ここで、学習に用いる Δx の時間平均 $E(\Delta x)$ が 0 であると仮定すると、 u が Δy と無相関の項であることから、次式が成立する。

$$\begin{aligned}E(\Delta x) &= A(x)^* A(x) E(\Delta x) \\ &\quad + (I - A(x)^* A(x)) E(u) \\ &= (I - A(x)^* A(x)) E(u) = 0\end{aligned}\quad (\text{A} \cdot 6)$$

よって、

$$\Phi(x, \Delta y) \doteq A(x)^* \Delta y \quad (\text{A} \cdot 7)$$

を得る。

Δy が大きい領域においても、式(A・7)を利用するために、十分小さな係数 H を利用して、次のような回路 $\Psi(x, \Delta y)$ を構成する。

$$\begin{aligned}\Psi(x, \Delta y) &= \Phi(x, H\Delta y) / H \\ &\doteq A(x)^* \Delta y\end{aligned}\quad (\text{A} \cdot 8)$$

これによって、 Δy が大きい領域においても、対象システムの線形化モデルの逆モデルを得ることができる。

(平成5年8月5日受付, 6年1月31日再受付)



館 障

昭43東大・工・計数卒。昭48同大大学院工学系研究科博士課程了。工博。昭48より東京大学助手、通産省機械技術研究所研究員、同所主任研究官、遠隔制御課長、バイオロボティクス課長、東京大学助教授を経て、平4東京大学先端科学技術研究センター教授に就任、現在に至る。1979年から1980年米国マサチューセッツ工科大学(MIT)客員研究員、パースペクトルを用いる信号処理、盲導犬ロボット、トレイグジスタンスなどの研究を行う。IEEE/EMBS学会賞、通商産業大臣賞研究業務優秀者表彰などを受賞。IMEKO TC17(Robotics)議長、SICEフェロー。



大山 英明

昭60東大・工・航空卒。昭62同大大学院修士課程了。同年通産省工業技術院機械技術研究所に入所、ロボット工学部バイオロボティクス課所属。人間の運動制御とそのモデル化、神経回路モデル、非線形最適化、トレイグジスタンスなどの研究に従事。計測自動制御学会、日本ロボット学会各会員。