

拡張フィードバック系による逆モデル学習

正 員 大山 英明[†] 非会員 館 暉^{††}

Inverse Model Learning by Using Extended Feedback System

Eimei OYAMA[†], *Member and* Susumu TACHI^{††}, *Nonmember*

あらまし 対象システムの目標出力を与えたとき、それを実現するシステムへの入力を求める問題は逆問題と呼ばれている。対象システムの特徴が未知であるとき、対象システムの入出力を観測し、神経回路等の学習要素を用いて、対象システムの逆モデルを学習することによって、逆問題を解くシステムが研究されている。逆モデルの学習法として、いくつかの手法が提案されているが、いずれも問題を抱えている。反復解法と乱数による初期値探索と組み合わせることによって、連続な非線形システムの逆問題の解を得ることができる。逆問題の解法システムとして、初期値探索機構を付加した反復解法を行う拡張フィードバック系と逆モデルの複合システムを提案する。従来法では正確な逆モデルを得ることが難しい対象システムについても、反復解法システムによって得た解を逆モデルの教師信号として利用することにより、正確な逆モデルの獲得が可能である。更に、逆問題の求解計算時においては、逆モデルの出力を反復計算の初期値とすることにより、高速に解を得ることが可能である。多項式関数について、逆モデルを獲得する数値実験を行い、提案した手法の評価を行う。

キーワード 神経回路, 逆問題, 逆モデル, 複合逆問題解法システム, 反復解法

1. まえがき

対象システムの目標出力を与えたとき、それを実現するシステムへの入力を求める問題は逆問題と呼ばれている。対象システムの特徴が未知であるとき、対象システムの入出力を観測し、神経回路等の学習要素を用いて、対象システムの逆モデルを学習して逆問題を解くシステムが研究されている^{(1)~(3)}。逆モデルの学習法として、直接逆モデリング、順逆モデリング⁽¹⁾、フィードバック誤差学習⁽²⁾、目標指向モデル反転 (Goal Directed Model Inversion: 付録 1. 参照)⁽³⁾等の手法が提案されている。直接逆モデリングについては、多対 1 対応システムの正確な逆モデルを得ることはできないという問題点が既に指摘されており⁽¹⁾、また、順逆モデリングも、学習が局所的な情報に基づいて行われるため、逆モデルの獲得が難しい場合がある^{(4),(5)}。目標指向型モデル反転も類似した弱点をもっている⁽⁵⁾。

逆問題の解法には、逆モデルを用いた手法のほかに、誤差 2 乗和関数のこの配情報に基づく反復解法が存在し、乱数による初期値探索と組み合わせることによって、十分な計算時間があれば、連続な非線形システムの逆問題の解を得ることが可能である。本論文では、このような初期値探索付きの反復解法を行う拡張フィードバック系と逆モデルとを組み合わせた複合逆問題解法システムを提案する⁽⁵⁾。従来法では正確な逆モデルを得ることが難しい対象システムについても、拡張フィードバック系によって解を得ることができ、その解を逆モデルの教師信号として利用することによって、正確な逆モデルの獲得が可能である。また、逆モデルの学習が進行すると、逆モデルの出力を反復計算の初期値とすることにより、高速に逆問題を解くことが可能となる。

多項式関数について、逆モデルをオンライン学習によって獲得するシミュレーションを行い、提案した手法の評価を行う。

2. 逆問題と逆モデル

2.1 問題の定式化

m 次元入力ベクトルを x , n 次元出力ベクトルを y

[†] 機械技術研究所, つくば市

Mechanical Engineering Laboratory, Tsukuba-shi, 305 Japan

^{††} 東京大学工学部, 東京都

Faculty of Engineering, The University of Tokyo, Tokyo, 113 Japan

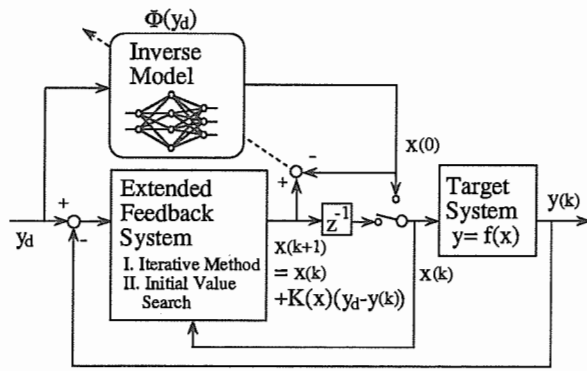


図1 複合システムの構成
Fig. 1 System configuration of hybrid system.

点は、拡張フィードバック系が、解の計算値が局所最適解に陥ってしまったり、あるいは定義域の外に外れてしまった場合に、反復改良演算の初期値 $x(0)$ を変更して、反復改良演算をやり直す機構を備えているという点である。

提案する複合システムの基本動作を以下に述べる。あらかじめ、一様乱数を用いて、初期値の系列 $x(0)^{(i)}$ ($i=1,2,\dots,i_{max}$) を定めておくものとする。 i_{max} は十分な大きな整数とする。また、初期値変更の回数を示す変数を j とし、 $j=0$ とする。

(I) 出力目標値 y_d が与えられたとき、まず、逆モデルの出力 $\Phi(y_d)$ を対象システムの入力の初期値 $x(0)$ とする。すなわち、

$$x(0) = \Phi(y_d) \quad (14)$$

とし、続いて、拡張フィードバック系を対象システムに接続し、次のような反復改良を行う。

$$x(k+1) = x(k) + K(x(k))(y_d - f(x(k))) \quad (15)$$

ここで、 $K(x)$ は適切な非線形ゲインである。本論文で用いる $K(x)$ については、次章で示す。

(II) 逆モデルの出力 $\Phi(y_d)$ を初期値 $x(0)$ とする反復改良演算によって、解 x_d を得られない場合には、初期値変更と反復改良の繰返しによって解を求める。初期変更回数 j の値を1だけ増やし、初期値の系列 $x(0)^{(i)}$ から $x(0)^{(j)}$ を選び、新たな初期値 $x(0)$ とし、式(15)の反復演算を行う。この過程を解 x_d が得られるか、または一定の時間を超過するまで繰り返す。

(III) (I)または(II)の過程で解 x_d が得られた場合には、 x_d を逆モデルの教師信号として、逆モデルの学習を行う。一定の時間内に解が得られなかった場合には、学習は行わない。

(I)、(II)の過程により、連続な非線形システムに対して、大部分の逆問題の解を得ることが可能である。

(II)の過程で、あらかじめ定められた初期値の系列 $x(0)^{(i)}$ を用いる理由は3.2.1で述べる。

3.2 拡張フィードバック系

3.2.1 非線形方程式の反復解法

非線形システムの逆問題を解く手法として、反復解法がある。代表的な反復解法として、例えば、次式のような最急降下法や

$$x(k+1) = x(k) + \alpha(k)A^T(x(k))(y_d - f(x(k))) \quad (16)$$

次式のような広義のニュートン法⁽⁷⁾がある。

$$x(k+1) = x(k) + \alpha(k)A^*(x(k))(y_d - f(x(k))) \quad (17)$$

k は反復回数であり、 $\alpha(k)$ は、直線探索によって決定される係数である。このような反復解法は、適切な x の初期値 $x(0)$ から出発して反復を行えば、最終的に真の解に収束する。しかしながら、反復改良演算は局所的な情報に基づいて行われるため、初期値 $x(0)$ が適切でなければ、 $x(k)$ は局所最適解に陥ったり、定義域の外に外れたりして、真の解に到達できない場合がある。そこで、解に到達できない場合には、初期値をランダム探索により変更し、反復演算をやり直す機構を付加することにより、十分長い計算時間があれば、真の解を得ることが可能になる。

対象が非線形の多対1対応システムである場合、通常の反復解法では、初期値が異なれば、収束する解も異なる。それらの解を教師信号として用いると、逆モデルは教師信号の平均値を出力するようになる。しかし、一般の非線形システムでは複数解の平均値は解であるとは限らない。そのため、正確な逆モデルを獲得できない。初期値探索機能をもつ反復解法において、 j 番目の初期値変更によって生成される初期値 $x(0)^{(j)}$ が、すべての出力目標値 y_d について同じであれば、すべての y_d に対して、一意に解が定まる。そこで一様乱数を用いて、一定の初期値の系列を $x(0)^{(i)}$ を定めておく。

3.2.2 ヤコビ行列の近似法

対象システムが未知の場合には、式(16)や式(17)式のように、ヤコビ行列の転置行列 $A^T(x)$ や一般化逆行列 $A^*(x)$ を直接的に利用することはできないが、これによって推定するか、学習することによって、近似的に式(16)や式(17)を実現できる。

ヤコビ行列の転置行列 $A^T(x)$ や一般化逆行列 $A^*(x)$ を計算するためにヤコビ行列 $A(x)$ を推定する手法としては、数値微分によってヤコビ行列を推定する手法や、

Broyden の準ニュートン法⁽⁸⁾のように反復計算時に得られる情報から、ヤコビ行列を逐次的に推定する手法がある。ヤコビ行列 $A(x)$ を学習する手法としては、筆者らが提案している手法がある^{(9)~(11)}。これによって、数値微分のための対象システムの動作を行うことなく、反復解法を行うことができる。本論文では、計算の効率性は必ずしも高くないが、基本的な解法である数値微分によるヤコビ行列の推定法を利用することにする。

ヤコビ行列 $A(x)$ の推定値を $A_d(x)$ とすると、その i 行 j 列成分 $A_{dij}(x)$ は、例えば、 d を十分小さな数として、次式のような差分によって計算できる。

$$A_{dij}(x) = (f_i(x + de^{(j)}) - f_i(x)) / d \quad (18)$$

ここで、 $e^{(j)}$ は、その第 i 成分 $e_i^{(j)}$ がクロネッカーのデルタ δ_{ij} を利用して、

$$e_i^{(j)} = \delta_{ij} \quad (19)$$

のように定義される基底ベクトルである。

3.3 逆モデルの学習

本節では、逆モデルの学習について述べる。逆モデル $\Phi(y)$ の学習が十分ゆっくりと行われ、逆モデル $\Phi(y)$ の形状の変化が微小であることを仮定する。また、 $y = y_d$ における $\Phi(y)$ の学習は、 $y = y_d$ の近傍に影響を与え、それ以外の部分での影響は無視できるものと仮定する。

まず、3.1 で述べた(I)の過程で解が得られる場合を考える。点 $x = \Phi(y_d)$ における $S(y_d, x)$ のこの配方向に、解または解領域(解曲線、解曲面、解空間)が存在し、かつ点 $x = \Phi(y_d)$ と解領域の間に、 $S(y_d, x)$ の谷線や稜線が存在しなければ、厳密な直線探索を利用した反復改良演算の計算値 $x(k)$ は、通常、解の一つに収束する。実際の計算においては、直線探索を厳密に行うことは困難であり、しばしばこの条件は破られるが、ここでは、成立するものと仮定する。この解を教師信号 $\Phi(y_d)$ とすると、 $\Phi(y_d)$ の修正方向に、解が存在することが保証されており、逆モデルの学習によって、 $\Phi(y_d)$ が解に近づき、 $y = y_d$ の近傍において逆モデル $\Phi(y)$ が、解または解領域に近づくことが保証される。このとき、学習によって、 $S(y_d, \Phi(y_d))$ は減少する。次に同じ出力目標値が与えられた場合には、 $S(y_d, x)$ のこの配方向に存在する、前回の学習に用いた解に近い解を教師信号として、学習が行われる。(I)の過程による解を利用した学習は、順逆モデリングやフィードバック誤差学習と類似した性質を示す。

$\Phi(y_d)$ と解または解領域の間に、 $S(y_d, x)$ の谷線や稜線が存在している場合、(I)の過程では、解に到達で

きず、3.1 で述べた(II)の過程に進むことになる。この場合、目標値 y_d に一意に対応する解が、教師信号として用いられるため、 $\Phi(y_d)$ は、その解に近づくように学習される。学習によって、 $S(y_d, \Phi(y_d))$ は減少するとは限らない。(II)の過程で得た解により学習を行う場合、 $\Phi(y_d)$ が $S(y_d, x)$ の稜線を越えて、別の解に収束する領域に入る場合があり、そのような場合には、次回に同じ出力目標値が与えられれば、(I)の過程によって解を得ることができ、その解を利用して学習が行われる。

学習が進むにつれて、 $\Phi(y_d)$ と解または解領域との間に $S(y_d, x)$ の谷線や稜線が存在することは少なくなり、主として(I)の過程によって解が計算され、学習が行われるようになる。解を得るための反復演算の反復回数も減少し、解法システムの性能が向上する。このように、提案した学習法によって、従来法では困難であったシステムの逆モデルの学習が可能となる。

3.4 教師信号の不連続性

本節では、出力目標値 y_d から、複合解法システムによって与えられる教師信号への写像 $\Phi'(y_d)$ の不連続性の問題について述べる。

式(16)や式(17)の反復解法において、出力目標値 y_d の連続な変化に対して、反復の初期値 $x(0)$ の変化と直線探索の係数 $\alpha(k)$ の変化が連続であれば、解を得られる場合、得られる解の変化も連続である。その場合、出力目標値 y_d の連続な領域は、 $\Phi'(y_d)$ の連続な領域に写像される。出力目標値 y_d の変化に対して、 $x(0)$ や $\alpha(k)$ が不連続に変化する場合には、 y_d の連続な領域は、 $\Phi'(y_d)$ の複数の連続領域に、分割されて写像され、不連続領域が生じる。但し、冗長自由度がない対象システムの場合、 $\alpha(k)$ の変化が不連続でも、 $\Phi'(y_d)$ に不連続領域は生じない。

複合解法システムにおいて、3.1 で述べた(I)の過程によって教師信号が計算される領域と(II)の過程によって教師信号が計算される領域との境界では、反復の初期値 $x(0)$ が、不連続に変化するため、 $\Phi'(y_d)$ に不連続領域が生じる。(II)の過程において、初期値 $x(0)$ の変更が行われる場合も、不連続領域が生じる。反復改良演算において、不完全な直線探索を用いた場合、 y_d の変化に対して、 $\alpha(k)$ がしばしば不連続に変化し、不連続領域が生じる。このように、拡張フィードバック系によって計算される教師信号 $\Phi'(y_d)$ は、通常、複数の連続領域が合わさって形成される不連続関数となる。

教師信号 $\Phi'(y_d)$ が不連続関数であっても、不連続領域を含む関数を近似できる教師信号があれば問題はな

いが、現在用いられている学習要素、例えば、多層神経回路の場合、不連続領域の近似は難しく、その近傍において、近似精度が低下する。しかし、大部分の領域が連続であれば、不連続領域の近傍を除き、全体として十分正確な逆モデルを獲得できる。

正確な逆モデルを得るためには、不連続部分は少ない方が望ましい。拡張フィードバック系で用いる初期値系列を適切に構成すれば、不連続部分を減らすことが可能であるが、そのためには、対象システムについての大域的な情報が必要である。本論文では、未知の対象システムの逆モデルを、オンライン学習によって獲得することを主な目標としているため、このような初期値系列の調整は困難である。

一つの初期値から出発して、解を見つけることのできる出力目標値の領域を広げることにより、初期値変更の回数を減らせば、不連続部分が少なくなることが期待される。そのため、反復解法において、直線探索を用いる。実際の計算で用いられる厳密でない直線探索の場合、一つの初期値から反復改良を行う場合でも、出力目標値 y_d の変化に対して、 $\alpha(k)$ が不連続に変化し、 $\Phi'(y_d)$ に不連続領域が生じる場合がある。しかし、これによって生じる複数の分裂した連続領域は、しばしば、一つの連続な解領域上に、比較的近い距離で存在しており、そのような場合には、逆モデルの学習が進み、 $\Phi(y_d)$ と $\Phi'(y_d)$ との距離が小さくなると、不連続領域は消失する。そのため、不完全なものであっても、直線探索は、近似しやすい教師信号を得るために有効と考えられる。

3.5 オフライン一括学習

自明のことであるが、あらかじめ、十分な数の目標出力に対して、拡張フィードバック系を利用して、解を計算し、それを記録しておき、出力目標と解の組を教師データとして、一括して逆モデルの学習を行えば、正しい逆モデルの学習が可能である。このようなオフライン型の一括学習においては、共役こう配法等の高速な数値最適化手法が使えるため、オンラインの逐次学習に比べて、高速な学習が期待できる。しかし、3.4で述べたように、拡張フィードバック系によって出力された解の領域は、学習要素にとって、近似しにくい場合がある。数値シミュレーションにおける経験的な事例であるが、オンライン学習では、学習が進むにつれて、しばしば、複数の連続領域の融合が起こり、不連続領域が消失する。そのため、不連続領域が少ないことが多く、オンライン学習が有利な場合もある。

4. シミュレーション

提案した逆モデル学習法と逆問題解法システムの評価を行うために、多項式関数の逆問題の求解計算を行いつつ、その逆モデルを学習するシミュレーションを行った。十分な近似能力をもつ学習要素があれば、オフライン一括学習によって逆モデルの学習が可能であることは明らかであるので、オンライン学習のみのシミュレーション結果を示す。以下、本論文で提案した、逆モデルの出力を反復改良演算の初期値として利用する複合解法システムを HS1 (Hybrid System No.1) とする。比較のために、反復改良演算の初期値として、逆モデルの出力を利用せず、拡張フィードバック系のみで解を求め、その解を教師信号とする構成 HS0 (Hybrid System No.0) を用意する。HS0 では、一つの出力目標値に対する教師信号は一定であり、オフライン一括学習がより適していると考えられるが、今回のシミュレーションでは、HS1 と同様、逐次的に与えられる出力目標値に対して、逐次的に学習を行うものとする。

4.1 インプリメンテーション

拡張フィードバック系については、いろいろな構成法が考えられる。ニュートン法は、解の近傍では2次収束するが、解の周りの収束領域が狭いことが多いため⁽¹²⁾、今回構成したシステムでは、Powellのハイブリッド法⁽¹³⁾を参考に、計算の初期段階では、最急降下法を用い、途中からニュートン法に切り換えることにする。

最急降下法においては、ヤコビ行列の推定値 $A_a(x)$ を利用して、最急降下方向のベクトル b を次式のように定める。

$$b = A_a^T(x)(y_d - f(x)) \quad (20)$$

反復改良演算は、各回の最急降下ベクトル $b(k)$ を利用して、次式のように行う⁽¹³⁾。

$$\begin{aligned} x(k+1) &= x(k) + \alpha(k) \Delta x(k) \\ \Delta x_s(k) &= |b(k)|^2 / |A_a(x(k))b(k)|^2 b(k) \end{aligned} \quad (21)$$

最急降下法によって、解の推定値 $x(k)$ が解に近づき、線形近似が有効な領域に達した場合には、 $A_a(x)$ の疑似逆行列 (Moore-Penrose の一般化逆行列) $A_a^\#(x)$ を利用して、次式のように広義のニュートン法の反復改良演算を行う。

$$\begin{aligned} x(k+1) &= x(k) + \alpha(k) A_a^\#(x(k))(y_d - f(x(k))) \\ A_a^\#(x) &= A_a^T(x)(A_a(x)A_a^T(x))^{-1} \end{aligned} \quad (22)$$

式(21)や式(22)の反復改良の係数 $\alpha(k)$ は、逆モデルの学習の観点からすれば、厳密な直線探索を行って定める

方が望ましいが、逆問題の求解計算の計算量の観点からすれば、厳密な直線探索は計算量を消費するので、好ましくない。本論文では、逆問題の解法システムとしての機能を重視し、非常に簡単な手法を用いる。\$p\$ を非負の整数として、

$$a(k) = (1/2)^p \quad (23)$$

とおき、\$p\$ を非線形性の度合に応じて調節し、反復計算において、出力誤差の2乗和関数 \$S(y_d, x)\$ が減少することを保証する。すなわち、

$$S(y_d, x(k+1)) \leq S(y_d, x(k)) \quad (24)$$

が成立するまで、\$p\$ を増大させ、\$a(k)\$ を \$1/2\$ にしていく。反復の次のステップでは、\$a(k)\$ が \$1/2\$ 以下であれば、\$p\$ を一つだけ減らし、

$$a(k+1) = 2.0a(k) \quad (25)$$

とし、\$a(k)\$ が \$1\$ であれば、\$a(k+1)\$ も \$1\$ とする。無限ループに陥らないように、\$p\$ には上限を設ける。なお、\$\alpha(0)\$ の初期値は \$1/4\$ とする。このような単純な直線探索の場合、教師信号に不連続領域が生じる可能性があるが、3.4 で述べたように、問題は少ないと考えられる。

最急降下法とニュートン法との切換えは、対象システムの非線形性の程度に応じて行う。非線形性の程度は、Fletcher の修正 Marquardt 法⁽¹⁴⁾ を参考に、出力誤差の2乗和関数の減少量 \$\Delta S(y_d, x(k))\$ の様子から見積もる。減少量 \$\Delta S(y_d, x(k))\$ は

$$\Delta S(y_d, x(k)) = S(y_d, x(k+1)) - S(y_d, x(k)) \quad (26)$$

である。線形化モデルによる予測値 \$\Delta S_p(y_d, x(k))\$ は、

$$\begin{aligned} \Delta S_p(y_d, x(k)) &= |y_d - f(x(k)) - A_a(x(k))(x(k+1) - x(k))|^2 \\ &\quad - |y_d - f(x(k))|^2 \end{aligned} \quad (27)$$

である。両者の比 \$r\$ を

$$r = \Delta S / \Delta S_p \quad (28)$$

とする。対象システムが線形に近い場合 \$r\$ は \$1\$ に近い値をとる。\$r\$ が

$$0.75 \leq r \leq 1.25 \quad (29)$$

を満たす場合には、システムの非線形性が小さいものと期待でき、最急降下法の反復において2回以上この式が満たされた場合には、ニュートン法に切り換える。

反復の停止の条件は、出力誤差が目標値以下になった場合と目標値が与えられてからの反復回数の総和が1000回を超えた場合とする。次式が成立した場合には、局所最小解に収束したものとみなし、反復演算の初期値の変更を行う。

$$|y(k+1) - y(k)| < 0.001 |y_d - y(k)| \quad (30)$$

4.2 学習の条件

シミュレーションで用いる学習要素は4層の神経回路であり、中間層を構成する第2層と第3層に、シグモイド関数 (\$y = \tanh n(x)\$) で記述される入出力特性をもつ非線形の神経素子を配置し、入力層と出力層は線形神経素子とした。学習は、逐次型のバックプロパゲーション法⁽⁶⁾によって行った。神経回路の結合荷重 \$w\$ の初期値は、\$(-0.5, 0.5)\$ に一様に分布する乱数によって与えた。\$i\$ 回目の学習時における神経回路の出力を \$\Phi^{(i)}\$、教師信号を \$\Phi^{(i)'}\$、誤差評価関数を

$$J^{(i)} = |\Phi^{(i)'} - \Phi^{(i)}|^2 \quad (31)$$

とする。神経回路の一つの結線の結合加重を \$w\$ とする。\$i\$ 回目の学習時における \$w\$ の修正量 \$\Delta w^{(i)}\$ は、学習率 \$\eta = 0.01\$、慣性率 \$\alpha = 0.5\$ とし、バックプロパゲーション学習により、次式のように計算した。

$$\Delta w^{(i)} = -\eta \partial J^{(i)} / \partial w + \alpha \Delta w^{(i-1)} \quad (32)$$

4.3 多項式関数の逆関数その1

次式で定義される多項式関数について、逆モデルを学習によって構成するシミュレーション実験を行う。

$$y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x \quad (33)$$

入力 \$x\$ の定義域は \$[-2.5, 2.5]\$ であり、出力 \$y\$ の値域は \$[-2.708, 2.708]\$ である。式(33)の多項式関数は、

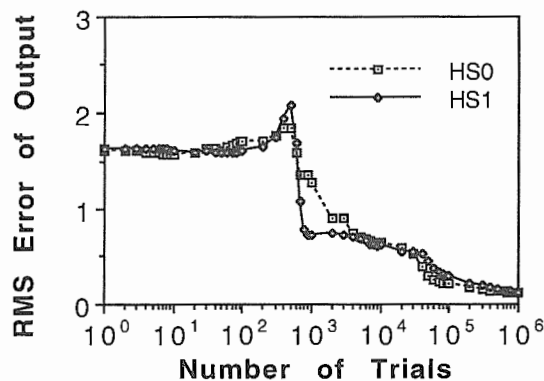
$$-\frac{2}{3} \leq y \leq \frac{2}{3} \quad (34)$$

において、一つの \$y\$ に対応する \$x\$ の値が複数存在する多対1対応システムであり、このシステムの逆モデルは不連続関数となる。従来法ではこのような逆モデルを学習することは難しい。

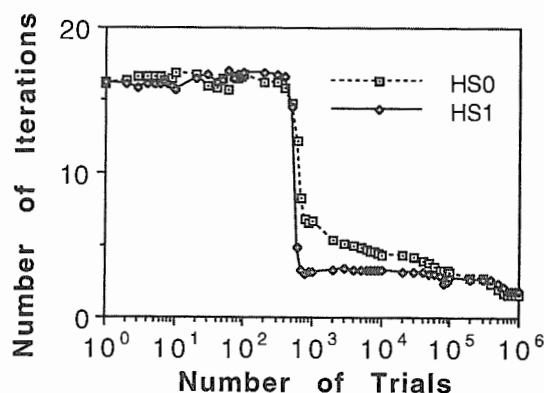
このようなシステムについて、出力目標値 \$y_d\$ を一様乱数によって生成し、複合システムによって、逆問題を解く試行を繰り返しつつ、逆モデルのオンライン学習を行う。この問題では、入力と出力がともに1次元であるため、反復改良の式(21)と式(22)は同じ式となり、最急降下法とニュートン法は一致している。

逆モデルを学習する神経回路の各層を構成する神経素子の個数は入力層から順に、1個、8個、8個、1個である。

逆モデルの学習の様子を図2に示す。図2(a)は、逆モデルによって得た解を対象システムに入力した場合の対象システムの出力のRMS (Root Mean Square) 誤差の変化の様子であり、図(b)は、学習した逆モデルを利用する複合解法システムによって、逆問題を解かせるときに、出力誤差が0.01以下になるために必要な反



(a) RMS error of output of target system



(b) Required number of iterations

図2 逆モデルのオンライン学習
Fig. 2 Online inverse model learning.

復改良演算の反復回数の平均値である。これらの数値は、関数の値域 $[-2.708, 2.708]$ から 0.01 ごとに代表となる 543 点を選び、この 543 点について、出力目標値として、逆問題を解く試行を行って求めた。

図2に示すように、学習によって、逆モデルの精度とシステムの求解計算の性能が向上していることがわかる。HS1の反復演算の回数は、10万回の学習で、学習前の10分の1以下になっている。

図3に、HS1によって、式(33)のシステムの逆モデルを学習した結果の一例を示す。学習のための試行の回数は100万回である。図中の破線が式(33)のグラフであり、逆モデルの出力を $\Phi(y)$ とすると、1点鎖線と実線が

$$x = \Phi(y) \tag{35}$$

のグラフである。1点鎖線が学習前の状態であり、実線が十分な学習を行った状態である。正確な逆モデルのグラフは、任意の y 座標の値について、対象システムのグラフのいずれかの部分に一致している必要があるが、提案法によって、ほぼ正確な逆モデルを学習で

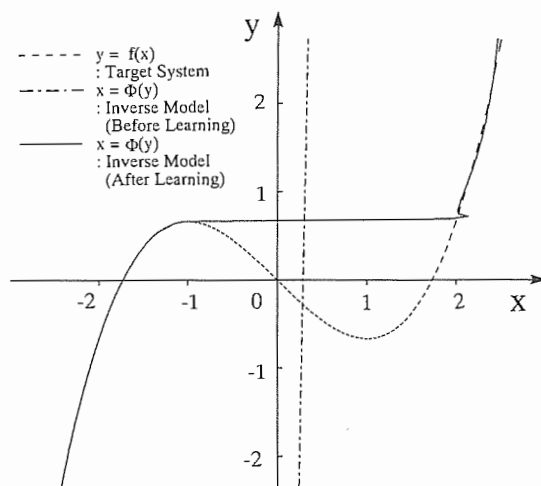


図3 拡張フィードバック系による逆関数学習の結果の一例
Fig. 3 One example of results of inverse function learning by extended feedback system.

きている。式(33)の真の逆モデルは不連続点を含むが、今回用いた多層神経回路では、不連続関数を近似することは難しく、図3の場合、 $y=2/3$ の近傍において、学習した逆モデルの精度は低くなっている。但し、その領域においても、複合解法システムは最終的には、真の解を得ることができる。今回のシミュレーションでは、HS0も図3に類似した逆モデルを得ている。

式(33)の逆モデルは無数に存在するため、HS1やHS0において、初期値探索の乱数系列の選び方や神経回路の初期状態、学習率や慣性率の値によって、さまざまな逆モデルが学習される。 $y = \pm 2/3$ に、二つの不連続点をもつ逆モデルが学習される場合も多い。そのような場合でも、学習された逆モデルは、不連続点の近傍を除けば、正確である。

参考のため、従来法による学習結果の一例を付録2に示す。

4.4 多項式関数の逆関数その2

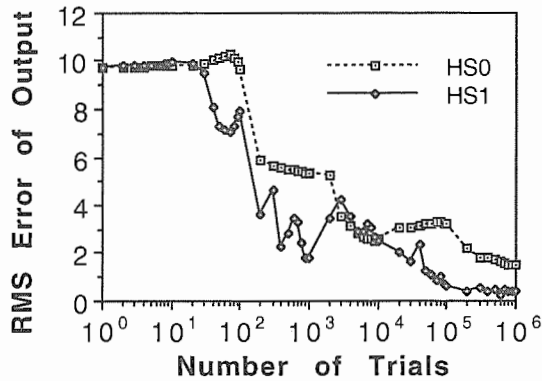
前節と同様に、次式のような2入力1出力関数の逆関数を対象システムとする。

$$y = f(x_1, x_2) = \left(\frac{1}{3}x_1^3 - x_1\right)x_2^2 \tag{36}$$

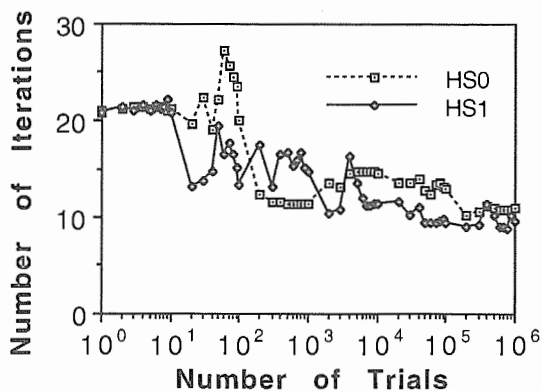
式(36)のシステムについて、4.3と同様出力目標値 y_d を一様乱数によって生成し、複合システムによって、逆問題を解く試行を繰り返しつつ、逆モデルのオンライン学習を行う。

入力 x_1, x_2 の定義域はどちらも $[-2.5, 2.5]$ であり、出力 y の値域は $[-16.9, 16.9]$ である。

逆モデルの各層を構成する神経素子の個数は入力層から順に、1個、25個、25個、2個である。反復の停



(a) RMS error of output of target system



(b) Required number of iterations

図4 逆モデルのオンライン学習
Fig. 4 Online inverse model learning.

止条件は 4.1 と同じである。

逆モデルの学習の様子を図4に示す。図2と同様、図(a)は、逆モデルの出力を入力したときの対象システムの出力の RMS 誤差の変化の様子であり、図(b)は、出力誤差が 0.01 以下になるために必要な反復改良演算の平均値である。これらの数値は、関数の値域 $[-16.9, 16.9]$ から 0.05 ごとに代表となる 677 点を選び、この 677 点を出力目標値として、逆問題を解く試行を行って求めた。

学習によって、逆モデルの精度と提案したシステムの性能が向上していることがわかる。HS1 の学習のための反復演算の回数は、100 万回の学習で、学習前の 2 分の 1 程度になっている。HS1 の方が、HS0 よりも性能の向上が高速である。

5. むすび

従来法では逆モデルを得ることが難しい対象システムについても、逆モデルを獲得する手法として、初期値探索ならびに反復解法を行う拡張フィードバック系

と逆モデルの複合システムを利用した学習法を提案した。反復解法によって得た解を利用して、逆モデルの学習が可能である。また、逆モデルの学習によって、解法システムの性能を向上させることが可能である。従来法では、逆モデルの学習が困難な多項式関数の逆モデルを獲得するシミュレーションを行い、提案した手法の有効性を確認した。

文 献

- (1) Jordan M. I.: "Supervised learning and systems with excess degrees of freedom", COINS Technical Report, 88-27, pp. 1-41 (1988).
- (2) Kawato M., Furukawa K. and Suzuki R.: "A Hierarchical neural-network model for control and learning of voluntary movement", Biol. Cybern., 57, pp. 169-185 (1987).
- (3) Colombano S. I., Compton M. and Bualat M.: "Goal Directed Model Inversion", Proc. of International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN '91 Singapore), pp. 2422-2427 (1991).
- (4) Fun W. and Jordan M. I.: "The moving basin: Effective action-search in adaptive control", Technical Report, # 9204, Dept. of Brain & Cognitive Science, MIT (1992).
- (5) 大山英明, 舘 暉: "多対一対応システムの逆モデル学習の一手法", 第3回インテリジェントシステムシンポジウム, pp. 305-310 (1993).
- (6) Rumelhart D. E., Hinton G. E. and Williams R. J.: "Learning Internal Representation by Error Propagation", Parallel Distributed Processing, D. E. Rumelhart and J. L. McClelland and the PDP Research Group ed., pp. 318-326, MIT Press (1986).
- (7) Luenberger D. G.: "Optimization by vector space methods", John-Wiley & Sons, New York (1969). 日本語訳 増淵正美, 加納秀明訳: "関数解析による最適理論", コロナ社, p. 304 (1973).
- (8) Broyden C. G.: "A Class of Methods for Solving Nonlinear Simultaneous Equations", Math. Comp., 19 (1965).
- (9) 大山英明, : "神経回路によるロボット・アームの逆キネマティクス問題の解法", SICE '92 予稿集, pp. 695-696 (1992).
- (10) Oyama E. and Tachi S.: "A Learning Method for Solving Inverse Problems of Static Systems", Proc. of 1993 International Joint Conference on Neural Networks, pp. 2843-2849 (1993).
- (11) 大山英明, 舘 暉: "非線形ゲインを学習する逆問題解法システム", 信学論(D-II), J77-D-II, 7, pp. 1345-1354 (1994-07).
- (12) 伊理正夫: "数値計算一方程式の解法", 朝倉書店 (1981).
- (13) Powell M. J. D.: "A Hybrid Method for Nonlinear Equations", Numerical Methods for Nonlinear Algebraic Equations, P. Rabinowitz ed., Gordon and Breach, pp. 87-114 (1970).
- (14) Fletcher R.: "A Modified Marquardt Subroutine for

Nonlinear Least Squares”, Harwell Report, AERE-R. 6799 (1971).

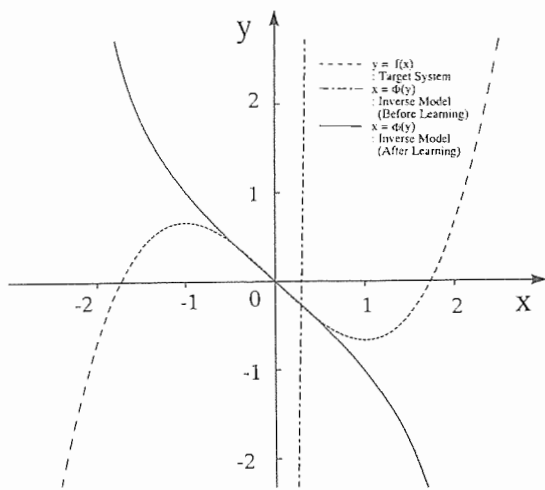
付 録

1. 目標指向モデル反転 (Goal Directed Model Inversion)

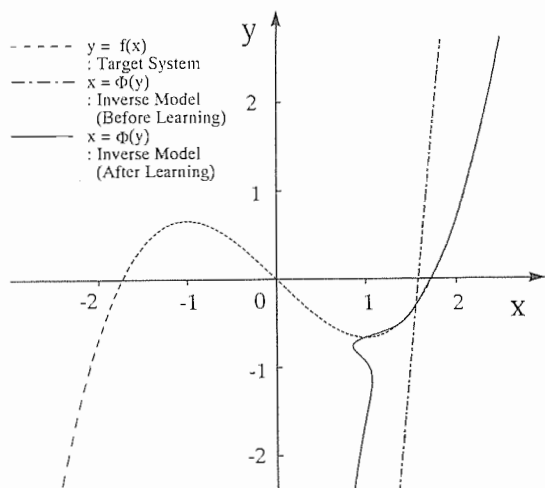
目標指向逆モデル反転は, Colombano らが提案した直接逆モデリングの改良法である⁽³⁾. 出力目標値 y_d が与えられた場合,

$$x = \Phi(y_d) \tag{A.1}$$

によって, システムへの入力 x を計算し, それに対応するシステムの出力を y とすると, その y を逆モデルに入力し, 先に計算したシステムへの入力 x を $\Phi(y)$ の



図A・1 順逆モデリングによる逆関数学習の結果の一例
Fig. A.1 One example of results of inverse function learning by forward and inverse modeling.



図A・2 目標指向モデル反転による逆関数学習の結果の一例
Fig. A.2 One example of results of inverse function learning by goal directed model inversion.

教師信号 $\Phi'(y)$ とする. すなわち,

$$\begin{aligned} \Phi'(y) &= \Phi'(f(\Phi(y_d))) \\ &= x = \Phi(y_d) \end{aligned} \tag{A.2}$$

目標指向モデル反転は, 直接逆モデリングによるオンライン学習とも言える.

直接逆モデリングの場合と異なり, 多対1対応システムの場合でも, 教師信号が一意に定まり, 対応できる場合が多いが, 付録2. で示すとおり, 順逆モデリングと同様, 対応できないシステムもある.

2. 順逆モデリングおよび目標指向モデル反転による逆モデル学習結果

4.3 のシステムについて, 順逆モデリングと目標指向モデル反転によって, 逆モデルの学習のシミュレーションを行った結果の一例を示す. 逆モデルの構成は提案法と同じである. 4.3 と同様の手法によって出力目標値を生成し, オンライン学習を100万回行った. 図A・1に順逆モデリングによる学習結果の一例を示す. 図A・2に目標指向モデル反転による逆モデルの学習結果の一例を示す. これらの場合, 不正確な逆モデルしか獲得できていない.

(平成6年1月18日受付, 8月22日再受付)



大山 英明

昭60年東大・工・航空卒, 昭62年同大学院修士課程了. 同年通産省工業技術院機械技術研究所に入所. ロボット工学部バイオロボティクス研究室所属. 人間の運動制御系のモデル化, 神経回路, テレイグジスタンス, 非線形最適化などの研究に従事. 計測自動制御学会, 日本ロボット学会会員.



館 暁

昭43年東大・工・計数卒, 昭48同大学院工学系研究科博士課程了. 工博. 昭48より東京大学大学助手. 昭50年機械技術研究所入所. 遠隔制御課長, バイオロボティクス課長, 昭54-昭55 MIT 客員研究員. 平元年東京大学助教授. 平4同教授. バイスペクトルを用いる信号処理, 盲導犬ロボット, テレイグジスタンスなどの研究を行う. IMEKO TC17 (Robotics) 議長, SICE フェロー.

正誤表

p.352 3.4節 右段21行

誤：

式(16)や式(17)の反復解法において、出力目標値 y_d の連続な変化に対して、反復の初期値 $\mathbf{x}(0)$ の変化と直線探索の係数 $\alpha(k)$ の変化が連続であれば、解を得られる場合、得られる解の変化も連続である。

正：

式(16)や式(17)の反復解法において、出力目標値 y_d の連続な変化に対して、反復の初期値 $\mathbf{x}(0)$ の変化と直線探索の係数 $\alpha(k)$ の変化が連続であれば、解を得られる場合、得られる解の変化も、大部分の領域において、連続である。